

El modelo de *Merton* como medida alternativa de valuación de riesgo de *default*

Autor: Estrella Perottiⁱ (eperotti@bcr.com.ar)
Director: Gabriela Facciano, FRM

Maestría en Administración de Negocios

ESEADE

Escuela Superior de Economía y Administración de Empresas

Abstract

El riesgo de *default* puede ser medido utilizando dos metodologías: (1) los **métodos actuariales**, los cuales proveen medidas objetivas de las tasas de incumplimiento, normalmente basados en los datos históricos y, (2) los métodos **market – price**, los cuales realizan inferencia, a partir de los precios negociados, de la valoración del mercado del riesgo de *default*, junto con una posible prima por riesgo. En principio, este último tipo de medición debería proveer medidas correctas y actualizadas del riesgo crédito dado que los mercados financieros tienen acceso a una amplia cantidad de información. El fin del presente trabajo es tratar de comprobar empíricamente uno de los tantos modelos de valuación de riesgo de *default*: El modelo de *Merton*.

Índice

1. Introducción.....	3
2. Introducción a la medición de riesgo	5
3. El modelo de <i>Merton</i>	7
3.1 Valuando acciones y deuda.....	12
3.1.1 El valor de las acciones.....	13
3.1.2 El valor de un bono	15
3.1.3 Pérdidas esperadas por el default.....	15
3.2 Probabilidad de <i>default</i>	16
3.3 Adaptaciones al modelo de <i>Merton</i>	17
4. Análisis empírico	20
4.1 <i>Delta Air Lines Inc.</i>	23
4.2 <i>Enron Corp.</i>	26
5. Conclusiones.....	29
6. Agradecimientos.....	32
7. Referencia Bibliográfica	33
8. Anexo I. El mercado mundial de deuda.....	35
9. Anexo II: El modelo de <i>Black – Scholes</i>	35
10. Anexo III: <i>Equivalent credit ratings</i>	40
11. Anexo IV: Determinación de la probabilidad de incumplimiento de <i>Delta Air Lines Inc.</i>	40
11.1 Valor de libros de <i>Delta Air Lines</i>	40
11.2 Valor de mercado de los activos (resumen de datos)	41
11.3 Probabilidad de <i>default</i> (resumen de datos)	42
12. Anexo V. Determinación de la probabilidad de incumplimiento de <i>Enron Corp.</i>	44
12.1 Valor de libros de <i>Enron Corp.</i>	44
12.2 Valor de mercado de los activos (resumen de datos)	44
12.3 Probabilidad de incumplimiento (resumen de datos)	50

1. Introducción

El riesgo crediticio¹ es el riesgo de una pérdida económica como consecuencia de la falta de cumplimiento de las obligaciones contractuales por una de las partes. Este efecto es medido como el costo de restituir los flujos de fondos si la contraparte incumple con sus obligaciones. Los sistemas de medición del riesgo crédito tienen como objetivo cuantificar el riesgo de pérdidas a causa del incumplimiento (o *default*) de la contraparte.

El riesgo de *default* es el componente primario del riesgo crediticio. Está representado por la probabilidad de *default* (PD)² así como también por las pérdidas determinadas por el *default* (LGD)³. Cuando ocurre, la pérdida es la combinación de la exposición al incumplimiento y las pérdidas ocasionadas por el mismo.

Para determinar la exposición de un crédito o una decisión de inversión al riesgo de incumplimiento, un inversor *necesita* medir la probabilidad de que la contraparte incumpla. Esta capacidad de medición depende casi exclusivamente de la cantidad de información que el inversor tenga sobre su contraparte, información que, en la mayoría de los casos, deberá obtenerse de la relación existente entre las partes, de la información disponible públicamente o comprarse⁴.

El modelo de *Merton* es un método de determinación del riesgo de incumplimiento que toma como entradas al mismo los datos disponibles en el mercado con el objeto de proporcionar una medida correcta y actualizada del riesgo de *default* inherente a una determinada empresa.

El fin del presente trabajo es tratar de comprobar de manera empírica, que este modelo resulta ser un método alternativo de determinación del riesgo de incumplimiento.

El trabajo estará dividido en cuatro secciones, una conclusión e información complementaria en anexos. En la primera sección introduciremos al lector en la

¹ El riesgo crediticio es el más viejo de todos los riesgos en los mercados financieros. Si crédito puede ser definido como "la expectativa de recibir una suma de dinero dentro de un tiempo limitado", riesgo crédito es la posibilidad de que estas expectativas no se realicen. El riesgo crediticio es más viejo que prestarse a sí mismo, pueden encontrarse indicios desde el 1800 AC. Se dice que el Código de *Hammurabi*, alrededor de 1800 AC, incluía varias secciones relacionadas a la regulación del crédito con Babilonia. Esto es evidencia de que la civilización del valle *Indus*, una civilización ribereña posiblemente de mayor antigüedad que Babilonia, realizaba contratos comerciales con sus vecinos, por lo tanto es posible que encontremos aspectos relacionados al riesgo crediticio aún si nos remontamos al 1800 AC. ^[3]

² Es la probabilidad de ocurrencia del incumplimiento.

³ Representa la pérdida fraccionaria ocasionada por un default. Por ejemplo, tomemos una situación en la cual el default resulte en una tasa de reposición de sólo el 30%. Por lo tanto el LGD tiene una exposición del 70%.

⁴ Cuanta mayor certeza se quiera obtener sobre la calidad crediticia de un emisor de deuda, mayores costos deberán asumirse en el objetivo de búsqueda de información.

problemática del riesgo crediticio y su principal componente, el riesgo de incumplimiento (o *default*) y los métodos de medición existentes. En la segunda y tercera sección abordaremos el desarrollo del modelo de *Merton* y la forma en la cual el autor valúa el capital y la deuda de las compañías analizadas, desarrollo éste que derivará en la introducción al modelo de valuación de opciones financieras desarrollado por *Black – Scholes*. En la cuarta sección se realizará el análisis empírico del modelo sobre la base de datos reales con el objeto de comprobar la efectividad del mismo. Finalizaremos presentando las conclusiones obtenidas.

2. Introducción a la medición de riesgo

El riesgo de *default* puede ser medido utilizando dos metodologías: (1) los métodos actuariales, los cuales proveen medidas objetivas de las tasas de incumplimiento, normalmente basados en los datos históricos y, (2) los métodos *market – price*, los cuales realizan inferencia, a partir de los precios negociados, de la valoración que el mercado asigna al riesgo de *default*, junto con una posible prima por riesgo. Los valores de mercado de las deudas, acciones o derivados de crédito pueden ser utilizados para derivar la medida riesgo de *default*.

Las medidas actuariales de probabilidad de *default* son provistas por agencias de calificación crediticia, las cuales clasifican a los acreedores por categorías. Tales calificaciones son externas a la firma. Similares técnicas pueden ser utilizadas para desarrollar calificaciones internas⁵.

Los métodos *market price* miden el riesgo crediticio a partir de los precios de mercado de las obligaciones cuyo valor se ve afectado por el incumplimiento. Dentro de esta categoría se incluye a los bonos corporativos, *equities* y *credit derivatives*. En principio, éstos deberían proveer de una medida acertada y actualizada del riesgo crediticio si se parte de la premisa de que el mercado descuenta toda la información existente (hipótesis de mercados eficientes).

Entonces, utilizando la información de mercado, podría medirse el riesgo crediticio de una contraparte a partir del precio de los bonos corporativos o a partir del valor de las acciones de la misma (también podría hacerse a través de derivados de crédito pero dicho tema supera el alcance del presente trabajo).

A grandes rasgos, cuando se infiere el riesgo crediticio de una contraparte a partir de los precios de los bonos corporativos puede llegarse a la conclusión de que el *spread* existente entre el rendimiento de un bono corporativo y el rendimiento de un bono libre de riesgo refleja la tasa de incumplimiento anual por las pérdidas determinadas por el *default*, más una prima por riesgo.

⁵ Estas medidas pueden ser también derivadas a partir de modelos basados en variables contables. Estos modelos relacionan la ocurrencia de *default* a una lista de características de la firma. Técnicas estadísticas como el análisis discriminante examinan posteriormente cómo estas variables se relacionan con la ocurrencia o no de *default*.

Sin embargo, este método de determinación por *credit spread* sólo puede ser utilizado cuando existen gran cantidad de datos de mercado. El problema es que rara vez se da el caso. Las principales razones:

- Muchos países no tienen un mercado de bonos corporativos ampliamente desarrollado⁶.
- La contraparte con la cual se realiza una determinada operación puede no tener oferta pública de sus bonos ó, si cotizan en bolsa, los mismos pueden contener características tales como opciones call implícitas o tratarse de bonos convertibles, etc.
- Los bonos no sean activamente negociados.

Una alternativa a este último inconveniente es la inferencia del riesgo de incumplimiento sobre la base del precio de las acciones debido a que la cotización de este tipo de obligaciones es mucho más activa que la de deuda corporativa y es mayor el número de compañías que cotizan acciones en bolsa que aquellas que cotizan bonos.

Este último punto será la base del presente trabajo, tratando de evidenciar la conveniencia de la utilización de datos de mercado, máxime si quien desea inferir el riesgo de crédito de una determinada firma es un inversor individual cuyo acceso a información de calidad puede verse restringido.

⁶ En el anexo 1 puede verse la composición de la deuda mundial actualizada a Junio de 2006 y verificarse la variabilidad existente en los montos operados por deuda corporativa en los principales países del mundo.

3. El modelo de *Merton*

El modelo de *Merton* (1974) es un modelo alternativo de determinación de riesgo de *default* que se basa en el precio de las acciones de una compañía. Este modelo trata a las acciones como semejantes a una **opción⁷ call** sobre los activos de la firma, con un precio de ejercicio⁸ determinado por el valor nominal de la deuda y cuyo vencimiento es equivalente al tiempo al vencimiento de la deuda analizada.

Los supuestos sobre los que se basa, además de los implícitos en la teoría de valuación de opciones, son:

- Una corporación tiene dos clases de obligaciones: (1) un tipo de deuda simple y homogénea y (2) los derechos residuales, las acciones.
- Las especificaciones del bono emitido son las siguientes:
 1. La firma promete pagar el total de K dólares a los tenedores de bonos en la fecha calendario T especificada;
 2. Si en dicho momento el pago no es realizado, los tenedores de bonos pueden ejecutar inmediatamente a la compañía (y los tenedores de acciones no reciben nada, la empresa no posee valor de recupero);
 3. La firma no podrá adquirir ninguna otra obligación que ofrezca mejores o similares condiciones a las anteriores, no podrá pagar dividendos ni recomprar acciones antes del vencimiento de la deuda adquirida.

Para entender este modelo consideremos una firma que posee un valor total V que ha emitido un bono a un período, con un valor nominal K . Si el valor de la firma (compuesto por dos tipos de obligaciones: acciones y bonos) excede la promesa de pago ($V > K$), se realizará el pago del bono en su totalidad y los accionistas recibirán el resto. Por otro lado, si $V < K$, la firma se encontrará en *default* y los tenedores de los bonos sólo podrán recibir por los mismos V . El valor de las acciones caerá a cero. Asumiremos que no existen costos de transacción. Por lo tanto, el valor de las acciones al vencimiento puede interpretarse como:

⁷ Una opción es un contrato que le otorga a su tenedor (comprador), mediante el pago de una suma de dinero (prima), el derecho a comprar (vender) un determinado activo a un precio específico (precio de ejercicio) en o hasta una fecha determinada.

⁸ Precio de ejercicio es el precio al que se tiene derecho a comprar o vender un determinado activo si se hace uso del derecho implícito en un contrato de opción.

$$S_T = \text{Max}(V_T - K, 0) \quad (1)$$

Donde:

S_T = valor de la acción al vencimiento

V_T = valor total de la firma al vencimiento

K = valor nominal de las obligaciones de la empresa

Como comentáramos en el primer párrafo, *Merton* utiliza la teoría de valuación de opciones para determinar el valor de las acciones de una compañía. En dicha teoría, el precio de una opción (ya sea de compra o de venta) se encuentra compuesto por dos tipos de valores, el valor intrínseco y el valor tiempo. Este último es el precio que se paga por el hecho de que con el transcurso del tiempo una opción se convierta en ejercible (valor incertidumbre). El valor intrínseco es la ganancia que se obtendría de comprarse una opción y ejercerse.

Una opción de compra (*call*) tendrá valor intrínseco cuando su precio de ejercicio sea menor al precio de su activo subyacente en un momento determinado, algebraicamente:

$$VI_{call} = \text{Máx}(S - X; 0) \quad (2)$$

Donde

S es el valor del activo subyacente y

X es el precio de ejercicio.

Una opción de venta (*put*) poseerá valor intrínseco cuando el precio de ejercicio de la misma supere al precio del activo subyacente en un momento determinado, algebraicamente:

$$VI_{put} = \text{Máx}(X - S; 0) \quad (3)$$

Donde S y X poseen el mismo significado que en el caso del *call*.

De las notaciones realizadas puede evidenciarse que el valor intrínseco de las opciones sólo puede ser un número positivo o cero, nunca será negativo⁹.

Si observamos la fórmula (1) podremos verificar que el valor de la acción (la prima de la opción, si realizamos analogía con la teoría de *option pricing*) puede interpretarse como el valor intrínseco de un *call* con precio de ejercicio igual al valor nominal de la obligación ($X = K$) y el precio del subyacente equivalente al valor total de la empresa ($S = V$).

⁹ Por el simple razonamiento de que nadie haría uso de un derecho que no redunde en beneficios.

Si las obligaciones pueden cumplirse (la opción posee valor intrínseco) las acciones tienen valor para sus tenedores; caso contrario, las acciones carecen de valor debido a que el total de la empresa no es suficiente para hacer frente a las deudas. *Merton* supone que no existe ningún tipo de valor residual si una compañía cae en default.

Supongamos que el valor total de una empresa es 100 ($S = V = 100$) y la misma ha emitido un bono con un valor nominal de 10 ($X = K = 10$); el valor de las acciones será $S_T = \text{Max}(V_T - K, 0) = \text{Max}(100 - 10; 0) = 90$, es decir, al ser el valor de la empresa superior al de las deudas, estas últimas se suponen honorables y el máximo valor de las acciones estará compuesto por esa diferencia¹⁰.

Si, por teoría contable, los activos deben ser iguales a los pasivos más el patrimonio neto, y, en este caso, la estructura de la empresa está conformada por un bono más las acciones de la compañía, podríamos decir que el valor de la firma es equivalente a la sumatoria de estas dos obligaciones.

$$\text{Si } A_T = P_T + PN_T \rightarrow V_T = B_T + S_T \quad (4)$$

Donde:

A = activo en un momento determinado T

P = pasivo en un momento determinado T

PN = patrimonio neto en un momento determinado T

B_T = valor de un bono en un momento determinado T

V_T = valor de la empresa en un momento determinado T

S_T = valor de la acción en un momento determinado T

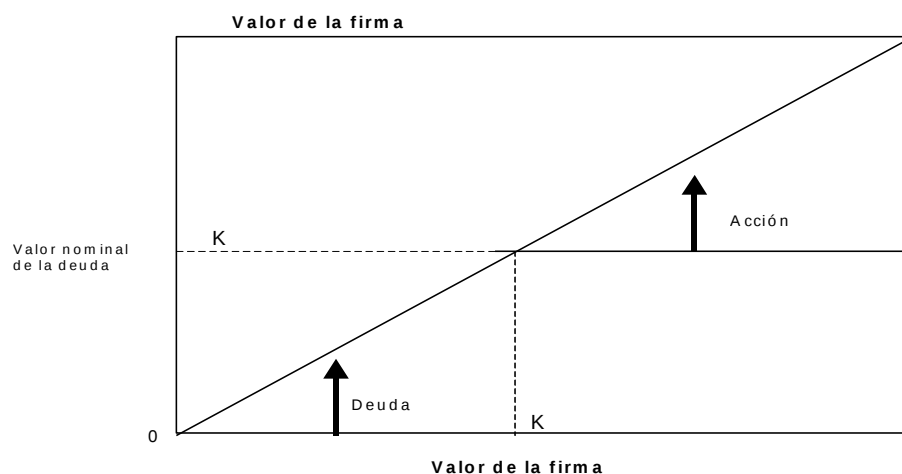
Como el valor de S_T (la acción) es conocido por (1), reemplazando en la fórmula original y realizando los pasajes de términos correspondientes, obtendríamos el valor del pasivo (el bono):

$$B_T = V_T - S_T = V_T - \text{Max}(V_T - K; 0) = \text{Min}(V_T, K) \quad (5)$$

¹⁰ Recordemos que las deudas poseen derechos preferidos (cobran primero ante la ocurrencia de quiebra) sobre las obligaciones de capital (acciones).

Puede observarse entonces que, el valor de las acciones contiene una estimación de la probabilidad de *default* de la misma manera que las opciones contienen la estimación de la probabilidad de ser ejercidas. Ejercer una opción implica hacer uso de la misma, es decir, hacer uso del derecho implícito (comprar o vender un determinado activo a un precio específico en una fecha determinada) en el contrato al momento de adquirirlo. Las opciones sólo se ejercen cuando poseen valor intrínseco, las obligaciones sólo serán realizables cuando la acción, tratada como una opción *call* sobre el valor de la empresa, posea valor intrínseco. Las figuras a continuación describen cómo el valor de la firma puede ser dividido en valor del bono y valor de la acción.

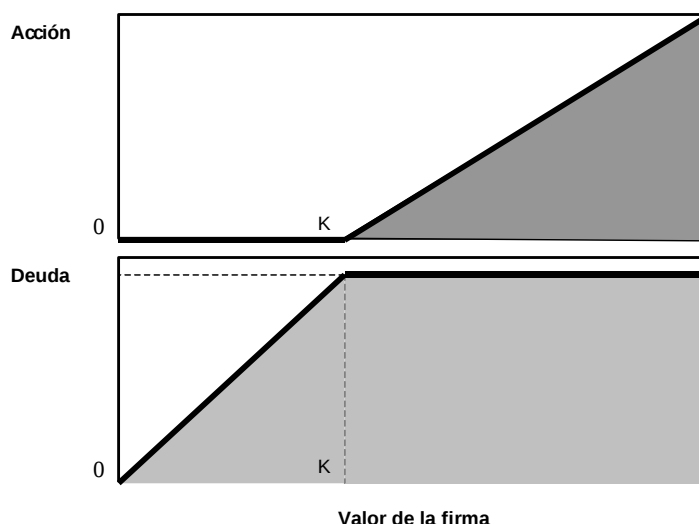
Figura 3.1 La acción como una opción sobre el valor de la firma



Fuente: Financial Risk Manager Handbook

La figura se interpreta de la siguiente manera: si el valor de la firma es la sumatoria de las obligaciones de deuda más las de capital y como las primeras tienen derechos preferidos sobre las segundas, las acciones tendrán valor sólo si el valor de la compañía es suficiente para honrar las deudas asumidas. Si el valor de una firma es inferior al nominal de sus deudas, sus tenedores recibirán en compensación el valor de los activos; los tenedores de capital no recibirán compensación alguna, nuevamente *Merton* supone que no existe valor residual en una compañía que entra en *default*.

Figura 3.2 Componentes del valor de la firma



Fuente: Financial Risk Manager Handbook

El valor de un bono puede ser descrito también como:

$$B_T = K - \text{Max}(K - V_T, 0) \quad (6)$$

Donde:

B_T = valor de un bono al vencimiento

K = valor nominal del bono

V_T = valor de la empresa al vencimiento

$-\text{Máx}(K - V_T, 0)$, es equivalente al negativo de (3), el valor intrínseco de un put; esto es, la deuda corporativa tiene un rendimiento semejante a una posición *short* (vendedora) en opciones – parte inferior figura 3.2 (semejante al gráfico de resultados de un put vendido) -, explicando la asimetría hacia la izquierda que caracteriza las pérdidas crediticias. En contraste, la acción es equivalente a una posición *long* (compradora) en opciones – parte superior figura 3.2 (semejante a un call comprado) - debido a su característica de obligación limitada (esto es, los inversores no pueden perder más que su inversión en acciones).

Realizando analogía con la teoría de valuación de opciones, un put es ejercible si su precio de ejercicio supera al precio del activo subyacente, o lo que es lo mismo posee valor intrínseco. En el caso que nos compete analizar diríamos, la única manera en que el tenedor de deuda puede recuperar toda su inversión es si el valor de la firma (V_T) supera al nominal de las deudas (K); esto es $-\text{Máx}(K - V_T, 0) = 0$ (el put no es ejercible) y (6) = K .

Siguiendo con el ejemplo de la página 8:

$$B_T = K - \text{Máx}(K - V_T, 0) = 10 - \text{Máx}(10 - 100; 0) = 10 - 0 = 10$$

3.1 Valuando acciones y deuda

Para ilustrar cómo se valúan acciones y bonos, *Merton* trabajó con la fórmula de *Black - Scholes*¹¹, asumiendo que el valor de la compañía sigue el proceso usual del “Movimiento Geométrico Browniano”¹² “:

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz \quad (7)$$

Si asumimos mercados sin fricciones y que no existen costos por quiebra, el valor de la firma es simplemente la suma de las acciones y la deuda de la misma: $V = B + S$.

Cualquier reclamo sobre el valor de la firma seguirá una ecuación diferencial parcial, con las condiciones límites apropiadas. El valor del bono corporativo se obtiene de:

$$B = F(V, t), \quad F(V, T) = \text{Min}(V, B_F) \quad (8)$$

Donde

$B_F = K$ es el valor nominal del bono a ser repagado al vencimiento o precio de ejercicio.

¹¹ Ver anexo 2: El modelo *Black - Scholes*.

¹² El nombre *Geometric Brownian Motion*, tiene su origen en una demostración física del movimiento de una partícula grávida suspendida en un medio de partículas de poca densidad. Las partículas más livianas se mueven alrededor rápidamente y, como algo natural, chocan aleatoria y ocasionalmente con la partícula de mayor peso. Esta colisión desplaza levemente la partícula más pesada; la magnitud y dirección de este desplazamiento es aleatoria e independiente de las otras colisiones, pero la naturaleza de esta aleatoriedad no cambia de colisión en colisión. El modelo toma esta situación y utilizando herramientas matemáticas deriva que los desplazamientos de las partículas a lo largo del tiempo deben estar distribuidos normalmente, con media y desviación estándar dependientes sólo de la cantidad de tiempo que ha pasado.

Llevado al plano financiero y, a grandes rasgos, el modelo *Geometric Brownian Motion* describe la distribución del precio futuro de una acción. El supuesto básico del modelo es el siguiente: “El retorno sobre el precio de un activo entre el presente y un momento futuro muy corto (Δt) está distribuido normalmente. La media de la distribución es μ veces la cantidad de tiempo ($\mu \Delta t$) y la desviación estándar es σ veces la raíz cuadrada de la cantidad de tiempo ($\sigma \sqrt{\Delta t}$)”.

Las conclusiones del modelo son: “Si S es una acción con precio spot S_t al momento actual t y S sigue un movimiento geométrico Browniano con media instantánea μ y desviación estándar instantánea σ , entonces, el retorno sobre S entre el momento presente y un momento futuro T se distribuye normalmente con:

$$\text{Media} = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot (T - t)$$

$$\text{Desviación estándar} = \sigma \sqrt{T - t}$$

B_T es función del valor de la empresa (V) y del tiempo (t), o lo que es lo mismo, con el transcurso del tiempo su valor será equivalente al valor de la empresa o su nominal, el que sea menor.

Similarmente el valor de la acción es:

$$S = f(V, t), \quad f(V, T) = \text{Max}(V - B_F; 0) \quad (9)$$

Igual que en el caso anterior, el valor de la acción se encuentra determinado en función del valor de la empresa y del tiempo, esto equivale a decir que el valor de la misma estará dado por la diferencia entre el valor de la empresa y el nominal de la obligación o cero, de éstos el mayor. Si el valor de la empresa es superior al nominal de las obligaciones contraídas, el tenedor de acciones poseerá un activo valuado por la diferencia entre los dos puntos mencionados anteriormente. Si la empresa no pudiera responder por sus obligaciones, debido a que las mismas superan el valor total del negocio, los tenedores de acciones poseerán un activo sin valor.

3.1.1 El valor de las acciones

El valor de la acción es determinado por la fórmula BS¹³:

$$S = \text{call} = VN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2) \quad (10)$$

Donde

S = valor de la acción

K = valor nominal del bono

V = valor de la empresa

$N(d)$ = es la función de distribución acumulada para una distribución normal estándar y:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{Ke^{-r\tau}}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}; \quad (11)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

Donde

$\tau = T-t$ es el tiempo al vencimiento.

σ = volatilidad

r = tasa libre de riesgo

¹³ Ver anexo II: El modelo de Black-Scholes.

Si definimos $x = Ke^{-r\tau} / V$ como ratio deuda/ valor de mercado de los activos, el modelo muestra que la prima por default depende solamente de x y $\sigma\sqrt{\tau}$.

En la práctica, la aplicación de *Merton* es diferente del modelo de BS. En la teoría de valuación de opciones lo que debemos inferir es el valor de la opción (la prima) y su volatilidad; esos valores en el modelo de *Merton* están dado por el mercado ya que la “prima” de nuestra opción es el precio de mercado de la acción. Lo que necesitamos para inferir el riesgo de *default* de una determinada empresa es el valor de los activos y su volatilidad, de manera de satisfacer la ecuación (10); estos datos no son observables directamente.

Como en sus comienzos el modelo de *Merton* no fue concebido para determinar probabilidades de *default* sino que las mismas derivan implícitamente de un modelo cuyo objetivo era valorar deuda corporativa y la estructura de riesgo de la tasa de interés, este inconveniente sería salvado años después mediante el siguiente razonamiento:

Si la compañía cotiza públicamente, el valor de la acción (S) es observable, en cuyo caso puede demostrarse que existe una relación directa entre la volatilidad de las acciones y la de los activos ó, que la volatilidad de las acciones se explica en parte por la volatilidad de los activos de la firma.

$$\sigma_S = \eta \sigma_V$$

donde $\eta = \frac{V \partial S}{S \partial V}$ representa la elasticidad del valor de la acción respecto al valor de los activos y el factor $\frac{\partial S}{\partial V} = N(d_1)$ puede interpretarse como el delta de la opción de compra. De esta manera se obtiene:

$$\sigma_S S = \sigma_V V N(d_1) \quad (12)$$

Donde:

S = valor de la acción

V = valor de la empresa

σ = volatilidad

$N(d_1)$ = función de distribución acumulada para una distribución normal estándar.

Como la volatilidad de las acciones es conocida, deberán utilizarse entonces esta última ecuación y la ecuación (10) de manera simultánea, con el objeto de inferir el valor de mercado de los activos de la firma y su volatilidad¹⁴.

3.1.2 El valor de un bono

El valor del bono está determinado por $B = V - S$, reemplazando S por su valor, obtenemos que:

$$B = V - [N(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2)]$$

$$B = Ke^{-r\tau} N(d_2) + V [1 - N(d_1)] \quad (13)$$

$$B/Ke^{-r\tau} = N(d_2) + (V/Ke^{-r\tau}) [1 - N(d_1)] \quad (14)$$

Donde:

B = valor del bono

K = valor nominal del bono

r = tasa libre de riesgo

$\tau = (T-t)$ es el tiempo al vencimiento

$N(d)$ = función de distribución acumulada para una distribución normal estándar

3.1.3 Pérdidas esperadas por el default

El modelo permite determinar además, cuáles serían las pérdidas que un inversor debería esperar ante una probabilidad de incumplimiento dada.

Al vencimiento, la exposición al *default* o *credit loss* puede ser vista como la diferencia entre un bono libre de riesgo y un bono riesgoso, ambos comparables en todos los aspectos, excepto en el riesgo: $CL = B_F - B$. Las pérdidas esperadas por incumplimiento (ECL, *expected credit loss*) están medidas por el valor actual de los bonos libres de riesgo menos los bonos riesgosos, reemplazando el valor de B por (13) tenemos:

$$\begin{aligned} B_F e^{-r\tau} - B &= Ke^{-r\tau} - [Ke^{-r\tau} N(d_2) - V [1 - N(d_1)]] \\ &= Ke^{-r\tau} N(-d_2) - VN(-d_1) \\ &= N(-d_2) [Ke^{-r\tau} - VN(-d_1)/N(-d_2)] \end{aligned}$$

Donde:

B_F = valor del bono libre de riesgo

¹⁴ "Jones et al (1984) demostró que debido a que el valor de las acciones es función del valor de los activos de la firma puede utilizarle el *Ito's Lemma* para determinar el volatilidad instantánea de las acciones a partir de la volatilidad de los activos. Actualmente se utilizan las fórmulas (10) y (12) de manera conjunta para estimar el valor de los activos y su volatilidad". Extraído de "Merton's Model, Credit Risk and Volatility Skews", John Hull, Izzy Nelken and Alan White.

B = valor del bono riesgoso
K = valor nominal de cada bono

$$ECL_T = N(-d_2) \left[K - Ve^{r\tau} N(-d_1) / N(-d_2) \right]$$

Donde:

ECL_T = pérdidas esperadas por el *default* al momento T

$N(d)$ = función de distribución acumulada para una distribución normal estándar

K = valor nominal de un bono

V = valor de la empresa

r = tasa libre de riesgo

$\tau = (T-t)$ es el tiempo al vencimiento

Esto involucra dos términos. El primero es la probabilidad de *default* $N(-d_2)$. El segundo son las pérdidas cuando existe el incumplimiento. Esto es obtenido como el valor nominal del bono o deuda K menos el valor de recupero del préstamo cuando está en *default*, $(Ve^{r\tau} N(-d_1) / N(-d_2))$, el cual también es el valor esperado de la firma en estado de *default*. La tasa de recupero aquí es endógena, ya que depende del valor de la firma, tiempo y el ratio deuda; aunque recordemos que el modelo original no prevee recupero parcial de la inversión. El actual ECL es simplemente el valor descontado del ECL al vencimiento.

3.2 Probabilidad de *default*

Poder determinar la probabilidad de incumplimiento implícita en el modelo de *Merton* implica hacer uso de las fórmulas presentadas anteriormente debido a que los principales *inputs* del mismo (valor de la empresa – volatilidad de los activos de la misma) no son directamente observables. Sin embargo, el mercado nos proporciona datos muy valiosos a partir de los cuales poder inferir la información necesaria.

En el modelo de *Black – Scholes*, $N(d_2)$ es probabilidad de ejercicio del call, en nuestro caso, la probabilidad de que el bono no se incumplirá. Inversamente, $1 - N(d_2) = N(-d_2)$ es la probabilidad de *default* o incumplimiento. Es importante notar que las probabilidades determinadas a partir de la teoría de *option pricing* son “neutrales al riesgo”¹⁵ en lugar de objetivas. Este principio puede establecerse como: “cualquier activo financiero dependiente de otros activos financieros puede valorarse bajo el supuesto de que los inversores son neutrales al riesgo”.

¹⁵ “Extraído de: *John Hull*, “Introducción a los mercados de futuros y opciones”, (Cuarta edición) *Pearson Prentice Hall*.

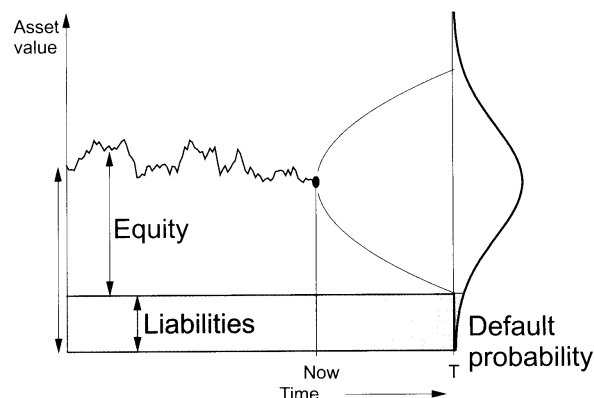
La valoración neutral al riesgo no implica que los inversores sean neutrales al riesgo. Lo que establece es que los activos financieros derivados, como las opciones, pueden valorarse bajo el supuesto de que los inversores son neutrales al riesgo; esto es, las preferencias sobre el riesgo de los inversores no influyen en el precio de las opciones sobre acciones cuando se expresa como función del precio de las acciones subyacentes. Esto explica por qué la ecuación (11) no incluye los rendimientos esperados (μ), una variable subjetiva.

Black & Scholes demostraron que es posible establecer una cartera libre de riesgo consistente en una posición en una opción sobre acciones y una posición en acciones, valorando opciones estableciendo una posición delta neutral (una posición que neutraliza el riesgo de variación en el precio de las opciones ante cambios en el precio del subyacente) y argumentando un rendimiento de la posición equivalente a la tasa libre de riesgo, con lo cual se elimina la subjetividad¹⁶ en el modelo.

3.3 Adaptaciones al modelo de *Merton*

Como comentáramos en los apartados anteriores, las fórmulas de valuación presentadas pueden ser utilizadas para inferir, determinando el valor actual de la acción y el nominal de las obligaciones, el valor de la firma y su probabilidad de *default*. En la figura 3.3 puede verse la evolución del valor de la firma. El *default* se produce si su valor cae por debajo del de las obligaciones. Medimos la probabilidad de incumplimiento neutral al riesgo por $N(-d_2)$.

Figura 3.3 El default en el modelo de *Merton*



¹⁶ Debido a que los inversores determinan los retornos esperados sobre un activo de acuerdo a sus preferencias por riesgo.

En la práctica, determinar la probabilidad de incumplimiento es mucho más complejo de lo que se muestra en la figura precedente.

El modelo de *Merton* original nos indicaba que el punto de *default* se daba cuando el valor de los activos de una empresa no superaba el valor sus deudas. El mismo, en realidad, no tenía como objetivo primario la determinación del riesgo de *default* sino poder obtener acertadamente el valor de la deuda de una determinada compañía suponiendo que sólo existían dos tipos de obligaciones, acciones y bonos a descuento y que la compañía no pagaba dividendos (la probabilidad de incumplimiento se encontraba implícita en sus determinaciones).

Sin embargo, la estructura de capital de las empresas es mucho más compleja que lo presentado en el modelo en estudio. En realidad, para determinar el punto de *default*, deberíamos recolectar información acerca de todas obligaciones de la compañía, así como también sus vencimientos.

Además, el modelo original preveía como medida de tiempo de estimación del riesgo de incumplimiento, el tiempo que restaba entre el momento del cálculo y el vencimiento del bono a descuento. Sin embargo, el *default* puede suceder en cualquier momento intermedio.

Por tal motivo, medir el riesgo de incumplimiento utilizando el modelo puro puede resultar bastante complicado de realizar si no se relajan algunos de los supuestos implícitos en el mismo¹⁷.

El trabajo de *Black y Scholes* (1973) y *Merton* (1974) ocasionó un gran impacto por la novedosa manera de valorar deuda riesgosa, pero, como comentáramos, el modelo fue desarrollado para poder valorar bonos a descuento (o cero cupón) únicamente. Para afrontar esta deficiencia, *Geske* (1977) propuso un modelo para tratar un *coupon bearing bond* como una opción compuesta. El modelo también supone una tasa de interés constante e ignora la posibilidad de *default* anterior al vencimiento de la deuda. *Longstaff y Schwartz* (1995) propusieron un modelo que permitía tasas de interés estocásticas, recupero parcial de los tenedores de bonos y *default* anticipado.

¹⁷ Recordemos que además de los supuestos propios del modelo analizado, debemos tener en cuenta los supuestos sobre los que se basa la teoría de *option pricing*, implícita en el modelo de *Merton*.

En 1989, *Oldrich Vasicek* y *Stephen Kealhofer* extendieron la estructura *Black – Scholes – Merton* para producir un modelo de estimación de probabilidades de incumplimiento conocido como el modelo *Vasicek –Kealhofer (VK Model)*.

Este modelo trata a la acciones como una opción perpetua *down and out*¹⁸ sobre los activos de la firma. Este modelo tiene en cuenta diferentes tipos de obligaciones: obligaciones de corto y largo plazo, deuda convertible, acciones preferidas y acciones comunes. También utiliza el modelo de valuación de opciones para derivar el valor de mercado de la firma y su volatilidad asociada (el modelo se determina sobre la base conceptual de *Merton*).

Por lo tanto, en lugar de medir el default en una fecha objetivo, mide la probabilidad de default como función de la distancia relativa de un movimiento del piso que representa obligaciones¹⁹.

¹⁸ Extinción de una opción financiera por caída del indicador.

¹⁹ Este es el método utilizado por *MKMV Corporation* y del cual se derivan las *Estimated Default Frequencies* (frecuencias estimadas de default o EDF), la aplicación más conocida del modelo de Merton. En tres pasos éste determina una EDF para una compañía determinada. En el primer paso, se estima el valor de mercado y la volatilidad de la firma a partir del valor de mercado de sus acciones, la volatilidad de sus acciones y el valor de libros de sus obligaciones. En el segundo paso, se determina el “punto de default” a partir de las obligaciones de la firma. Además se determina el valor esperado de la empresa a partir del valor actual de la misma. Utilizando estos dos valores más la volatilidad de la firma, se construye una medida que representa el número de desviaciones estándares que existen entre el valor esperado de la firma y el punto de default (se determina la distancia de default). Finalmente se realiza una representación entre la distancia de default y la tasa de default, sobre la base de experiencias históricas de incumplimiento de compañías con diferentes valores de distancia de default.

Determinando el valor esperado de la firma y su punto de default a un determinado período de tiempo, MKMV determina el porcentaje de caída en el valor de la firma que llevaría a la misma al punto de default.

Como comentamos anteriormente, el número de desviaciones estándares que el valor del activo debe caer en orden a alcanzar el punto de default es conocido como distancia de default. Matemáticamente puede ser expresado como:

Distancia de default = (valor esperado de mercado de los activos – punto de default)/ (valor esperado de mercado de los activos) *(volatilidad de los activos).

La distancia métrica de default es una medida normalizada, lo que permite ser utilizada como medida de comparación entre compañías. Un supuesto clave del método MKMV es que toda la información relevante para determinar el riesgo de default relativo, está contenida en el valor esperado de mercado de los activos, el punto de default y la volatilidad de los activos.

Con el objeto de extender esta medida de riesgo ordinal a una cardinal o medida de probabilidad, MKMV utiliza experiencias de default históricas para determinar la frecuencia de default esperada como función de la distancia de default. Logra esto comparando las distancias de default calculadas y la tasa de default observada para el mismo grupo de empresas. Una suave curva adaptada a estos datos produce la EDF como función de la distancia de default.

4. Análisis empírico

Para poder llevar a cabo nuestro análisis empírico de comprobación del modelo de *Merton* como medida alternativa de medición del riesgo de incumplimiento asociado a una empresa, necesitamos determinar $N(-d_2)$. Para ello, procederemos a mencionar los *inputs* tenidos en cuenta al realizarlo y la forma de obtención de los mismos:

- **Volatilidad de las acciones.** La volatilidad de las acciones no es un *input* al modelo original pero debido al concepto de que se encuentra explicada en parte por la volatilidad de los activos, variable no observable, es imprescindible su determinación para el cálculo de esta última. Para determinar la volatilidad de los retornos de las acciones, calcularemos el porcentaje anualizado de las desviaciones estándares de los retornos estimados a partir de datos históricos²⁰.
- **Determinación de la deuda.** El modelo en sus orígenes suponía que la estructura de capital de la empresa estaba compuesta sólo por dos obligaciones: acciones comunes y un bono a descuento. Las extensiones al modelo fueron incorporando diferentes tipos de obligaciones a la estructura de capital con el objeto de lograr una visión “más realista del mismo”. Sin embargo, determinar la conformación de la deuda de una compañía puede resultar un trabajo muy tedioso si no se dispone de una amplia información al respecto. Con el objeto de salvar este inconveniente, en el presente trabajo se supondrá una estructura de capital similar a la presentada en el modelo original, tomando como valor del bono a descuento, el total de las obligaciones corrientes más $\frac{1}{2}$ de las obligaciones de largo plazo (o no corrientes)²¹.
- **Determinación del valor de los activos y su volatilidad.** El valor de los activos de la firma y su volatilidad serán determinados realizando inferencia de los mismos a partir de las ecuaciones (10), (11) y (12).

²⁰ El resultado se obtiene de calcular la desviación estándar anualizada del LN de los retornos. La utilización de logaritmos convierte la variación de precios en una tasa de rentabilidad continua que es la más apropiada para los modelos de valoración de opciones.

²¹ Es importante tener en cuenta las deudas de largo plazo de una compañía debido a que éstas afectan la capacidad de reestructurar los vencimientos de deuda de corto plazo. Cuánto de la deuda de largo plazo debe incluirse en el análisis es una cuestión arbitraria. Seguiremos en el presente los lineamientos de *Vassalou – Xing: “Default risk in equity returns”* y los consejos dispensados personalmente por *Maria Vassalou*, quien nos dijera: “*If you want to apply it to a handful of firms, you may want to take into account the details of the firm's debt structure. In our case, this would have been operationally untractable*”.

- **Tiempo.** La medida de tiempo para el cálculo de la probabilidad de incumplimiento será 1 año²².
- **Tasa libre de riesgo.** La tasa libre de riesgo utilizada es la *1-Year Treasury Constant Maturity Rate* publicada diariamente por [The Board of Governors](#) de la Reserva Federal de los EEUU.
- **Comparación con *credit ratings*.** Para que nuestro modelo sea comparable a las medidas ordinales de calificación, se utilizará la siguiente equivalencia de riesgo²³.

S&P Credit rating	Nivel EDF $\cong$ Prob. default
C	15.45
	11.02
B	5.32
	3.14
BB	2.05
	1.38
BBB	0.90
	0.52
A	0.23
	0.02
AAA	

Fuente: Moody's KMV

El análisis empírico se desarrollará sobre dos empresas: una cuya bancarrota era esperada y otra cuya quiebra causó conmoción en el mercado, estamos hablando de [Delta Air Lines Inc.](#) y [Enron Corp.](#)

A partir de los datos financieros recopilados se separaron las deudas corrientes de las no corrientes, para cada uno de los informes trimestrales obtenidos. Como se trabajó con datos históricos se consideraron constantes las deudas de un trimestre a otro, a modo de simplificación²⁴.

Se determinó la capitalización de mercado multiplicando las acciones en circulación²⁵ por su valor para cada día de operaciones.

²² Es convención realizar mediciones de la probabilidad de incumplimiento dentro de un plazo que no supere los 5 años. La práctica habitual es utilizar como tiempo de estimación un año.

²³ En anexos credit ratings equivalentes. Si bien nuestra probabilidad de incumplimiento podría considerarse un paso previo a la determinación de una *MKMV EDF* hemos considerado que se trata de la comparación más efectiva para nuestros fines.

²⁴ Cuando se trabaja en tiempo real, existe la posibilidad de incorporar toda la información disponible (las deudas en que incurra la compañía de público conocimiento, los cambios que se presente en la cantidad de acciones subyacentes, etc).

²⁵ Market cap = shares outstanding x market prices

Con el objeto de inferir el valor de los activos se utilizó un método de tipo *Naive* en la ecuación (10), considerando que dicho valor era equivalente a la suma del valor de mercado de la totalidad de las acciones emitidas más las deudas actualizadas²⁶.

Para poder inferir la volatilidad de los activos se llevaron a cabo varios pasos. En una primera instancia se aproximó la volatilidad de los activos también a través de un método del tipo *simplificador* sobre la ecuación (12), suponiendo $N(d_1) = 1$ ²⁷. Bajo este supuesto, la determinación de σ_V se limita a un simple pasaje de términos.

Una vez inferido este valor, se determinó la volatilidad de las acciones a partir de (11) y se lo comparó con la volatilidad de los retornos. Se determinó un error de estimación y volvieron a inferirse aquellos datos en los cuales la volatilidad estimada difería de la real en valores superiores a 0.10%²⁸. Para realizar la inferencia se utilizó la función “Buscar por objetivos” de *Microsoft Excel®*, se estimaron por este método aproximadamente 270 datos para *Delta Air Lines*; las estimaciones para *Enron* fueron muy pocas.

Finalizado el proceso de inferencia se procedió a determinar la probabilidad de incumplimiento de las compañías para el período bajo estudio. Los datos obtenidos representan la probabilidad de que la empresa en estudio incumpla sus obligaciones en el término de 1 año.

²⁶ En nuestro caso, las corrientes más ½ de las no corrientes.

²⁷ $N(d_1)$ en la teoría de valuación de opciones es el Delta de la opción, un ratio que mide en cuanto cambia el valor de la opción (prima) ante un cambio en el valor del activo subyacente. En nuestro caso, cuál es la sensibilidad de las deudas y las acciones ante un cambio en el valor de los activos.

²⁸ Se tomaron como válidos errores inferiores a 10^{-3} . Según referencias: Sreedhar Bharath – Tyler Shumway – *Forecasting Default with KMV-Merton Model – December 2004 – University of Michigan*.

4.1 Delta Air Lines Inc.

Delta era una de las empresas de aerolíneas más importante de los EEUU, fundada en el año 1924 como la primera organización mundial de fumigaciones aérea. En 1928 la empresa se convierte en *Delta AirLine Service*. La corporación inaugura sus servicios de aerolíneas con su primer vuelo de pasajeros desde Dallas el 17 de junio de 1929. Desde sus inicios el objetivo principal de la compañía sería la satisfacción al cliente mediante la hospitalidad y distinción de sus servicios. En la década del 40 la compañía contribuye en la guerra modificando aviones, entrenando pilotos y adaptando mecanismos de navegación. Es por esos años que se convierte en *Delta AirLines Inc.*

En la década del 90 la empresa se convierte en una compañía de cargo internacional a consecuencia de la compra de *Pan Am* y se convierte en una de las corporaciones aéreas más importante del mundo.

Su caída comenzaría después de los atentados terroristas del 11 de septiembre de 2001, año en que la empresa debió reconocer por primera vez pérdidas tras seis años de ganancias.

Su quiebra era ampliamente esperada por todo el mercado. La misma fue una combinación de factores. Los elevados precios del *fuel oil*, principal insumo de la compañía, junto a presiones en el mercado doméstico y una abultada deuda más las cargas de pensión.

Además de las cuestiones coyunturales, la necesidad de destinar grandes cantidades de dinero como colaterales a los bancos que procesaban las transacciones de tarjetas de crédito de *Delta* removió toda esperanza de escapar a la quiebra.

Para octubre de 2004 la volatilidad de las acciones de *Delta* trepó fuertemente. El 15 de noviembre se dieron a conocer los estados financieros del trimestre finalizado el 30 de septiembre. La deuda total de la corporación ascendía a más de 27000 millones de dólares, mientras que el total de sus activos estaban valuados 23526 millones. Pero *Delta Air Lines* no realizaría su pedido de resguardo por quiebra sino hasta el 14 de septiembre de 2005.

Para comenzar con la aplicación debieron recopilarse datos de diferentes fuentes de información. Los datos financieros se obtuvieron de la información presentada por la empresa ante la [SEC](#)²⁹ y el valor de las acciones se obtuvo de [Yahoo finance](#) para el período 1982 – 2004 y de *Reuters*³⁰ para el período 15/10/2004 – 31/12/2005.

Luego de los atentados terroristas del 11 de Septiembre de 2001 y por un período de 28 días, según el *Merton Approach* esta compañía hubiese entrado en período de cesación de pagos. Sin embargo, este incremento en la probabilidad de incumplimiento de la empresa se debía a la excesiva volatilidad registrada por el mercado y no a una combinación de factores de mercado y financieros. Debido a la naturaleza extraordinaria de los hechos, se consideró omitir este período como indicador de *default* aunque, por supuesto, no se desestimó ya que el mismo fue el punto de inflexión del colapso financiero de la mayoría de las empresas de aerolíneas en los EEUU.

²⁹ *Securities and Exchange Commission*

³⁰ Datos proporcionados a través de la gestión realizada por ROFEX SA

De acuerdo a la inferencia realizada, podríamos decir que en Octubre de 2004 el mercado descontó el *default* de *Delta*³¹. No obstante ello, ante la “*crónica de una muerte anunciada*” consideramos que el modelo resultó insuficiente y un inversor debería haber hecho uso de otras herramientas adicionales para determinar con certeza la probabilidad de incumplimiento de esta empresa. Como podrá observarse en los cuadros del Anexo 4, muchas veces el modelo reveló señales de *default* y sin embargo la compañía continuó funcionando y, cuando realmente *Delta* quiebra, el modelo no presentaba señales de incumplimiento.

Nos atrevemos a realizar este comentario debido a que cuando se continuó con el análisis de los datos por el Modelo de *Merton* luego de Octubre de 2004, la probabilidad de incumplimiento se fue reduciendo hasta llegar a cero; recordemos que *Delta* realizó su pedido de resguardo por quiebra el 14/09/2005.

Habíamos comentado durante el análisis del modelo que la probabilidad de *default* depende fundamentalmente de la relación existente entre las deudas y los activos de la empresa, de la volatilidad de los activos y del tiempo al vencimiento de las mismas. Tratando de encontrar una respuesta al comportamiento del *Merton approach* después de la última señal de *default* decidimos “descomponer” los *inputs* de la probabilidad.

Según lo descripto, $N(-d_2)$ es la probabilidad de

incumplimiento, $N(-d_2) = 1 - N(d_2)$ donde $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$, y $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{Ke^{-r\tau}}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$

Si $\frac{V}{Ke^{-r\tau}}$ es una cifra muy cercana a 1, su LN será muy cercano a cero, $\Rightarrow d_1 \rightarrow \frac{\left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$

en nuestro caso, después de la señal de incumplimiento, $N(d_1) \rightarrow 1$ por lo cual,

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \Rightarrow d_2 \rightarrow \frac{\left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} - \sigma\sqrt{\tau} \Rightarrow N(d_2) \rightarrow 1 \Rightarrow N(-d_2) = 1 - N(d_2) \rightarrow 0$$

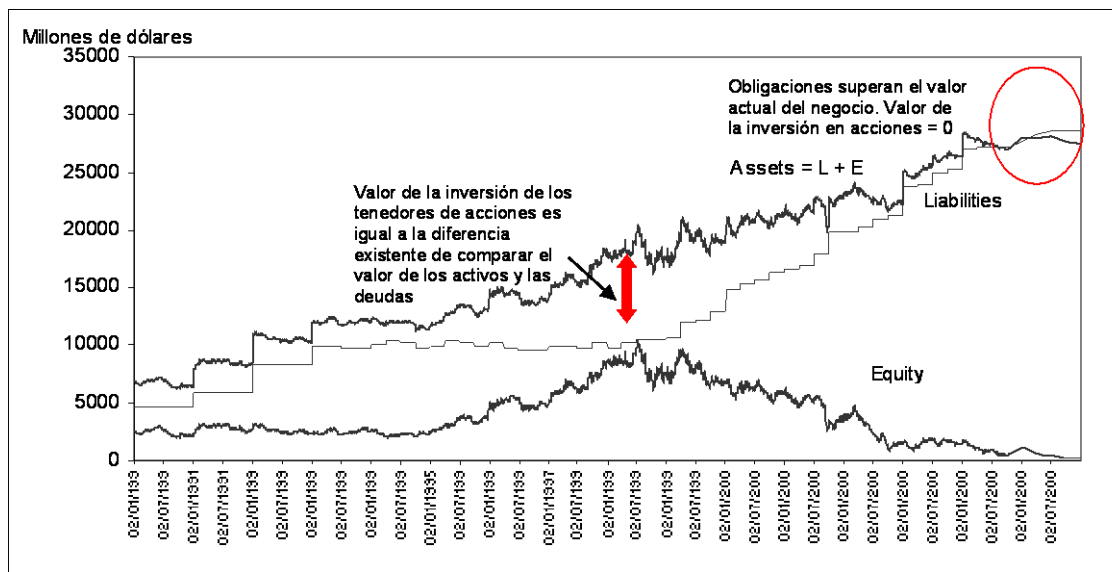
³¹ *Standard & Poor's*, una de las principales agencias de calificación crediticia, cambió su calificación “CC” el 15 de septiembre de 2005 (al día siguiente de la quiebra de la empresa) a “D”, removiéndola de su *CreditWatch* luego de tomar conocimiento del pedido de bancarrota.

Al ser este ratio $\frac{V}{Ke^{-r\tau}}$ muy cercano a 1, la probabilidad de incumplimiento dependerá casi exclusivamente de la volatilidad de los activos y del tiempo que reste de vencimiento a las deudas.

Al ser la capitalización de mercado (nuestro PN) cada vez más pequeña en relación al valor total de los activos (recordar $A = P + PN$), la volatilidad de los activos es cada vez menor, recordemos que si $N(d_1) \rightarrow 1$ (nuestro caso) $\sigma_A \rightarrow \sigma_s \times \frac{S}{V}$. Podemos deducir entonces que, el hecho de que probabilidad de incumplimiento tiende a cero se debe a que los activos son propiedad de los tenedores de deuda, lo cual determina que la volatilidad de los activos sea muy pequeña.

Si esto es así, de acuerdo a los datos inferidos, estaríamos en condiciones de asegurar que el mercado descontó la quiebra de *Delta* un año antes de su ocurrencia (resultados en Anexo 4), el gráfico a continuación, sellaría la afirmación. Sin embargo, como comentáramos en la página anterior consideramos que el modelo de *Merton* “falla” de alguna manera ya que por deducción lógica, no matemática, la probabilidad de incumplimiento debería ser muy grande; es aquí cuando la subjetividad comienza a tener mayor peso.

Gráfico 4.1. Valor de los activos y acciones de *Delta Air Lines* comparado con el valor de libros de sus obligaciones de 1990 a 2005.



Fuente: elaboración propia con datos obtenidos de la *Securities and Exchange Commission – Finance Yahoo y US. Federal Reserve*.

4.2 Enron Corp.

³²...Enron era una empresa de generación y distribución de energía. Por lo menos eso era la opinión general sobre esta compañía. Sin embargo, su actividad financiera era similar a la de un fondo de cobertura.

Era considerada la séptima empresa más grande de Estados Unidos de acuerdo a la revista *Fortune 500*. Sus negocios se basaban en inversiones en activos tangibles, por el lado de su faceta de compañía y, por el lado de su actividad financiera, en inversiones en derivados relacionados con el gas y la energía, como consecuencia de la desregulación sobre los precios de éstos que se había implementado en la década del noventa.

Utilizaban sus negocios financieros para estabilizar la volatilidad de sus otros negocios, en orden de lograr resultados más constantes a lo largo del tiempo, lo que aumentaba la confianza de los inversores y producía un aumento de su valor como empresa.

En su afán de mantener constante la volatilidad de sus resultados y alta su rentabilidad, produjo ganancias ficticias y ocultó pérdidas valiéndose de operaciones con derivados y del apoyo del sector bancario, contable y político. Cuando esto fue descubierto por sus inversores institucionales y por las agencias de calificación de riesgos, el valor de sus acciones cayó llegando casi a cero, produciendo su quiebra.

El escándalo de la crisis energética de California inició la caída de *Enron*. La empresa fue acusada de manipular el precio de la electricidad, originando una caída en los mismos a mediados del mes de agosto de 2001.

Debido a la crisis, los analistas económicos centraron más su atención en *Enron* descubriendo sociedades ficticias, en las que el vicepresidente de la corporación formaba parte, que hacían negocios con *Enron*. Se solicitó que dicho funcionario dejara de formar parte de dichas compañías y que *Enron* dejara de realizar ese tipo de operaciones por lo cual el 16 de Octubre la corporación tuvo que asumir un costo de 35 millones de dólares por terminar anticipadamente sus compromisos, anunciando además gastos extraordinarios por aproximadamente 1000 millones de dólares por pérdidas en sus negocios.

La corporación utilizó influencias políticas para mantener su calificación crediticia que era fundamental para el mantenimiento de sus negocios.

En 8 de noviembre de 2001, *Enron* reformuló sus estados contables y debió revelar ingresos inflados y pérdidas ocultas en otros negocios. Esto se tradujo en una disminución en sus ganancias de 586 millones de dólares y la agencia *Moody's* estuvo a punto de descalificar la empresa pero cedió ante la posibilidad de que *Enron* se fusionara con *Dynegy*, de todos modos le otorgó la más baja calificación de riesgo.

El 19 de noviembre volvió a reformular sus ganancias y su acción cayó a 3 dólares.

Posteriormente, las agencias de calificación descubrieron las operaciones con derivados que *Enron* utilizaba para mantener deuda fuera del balance. Con dicha revelación el 28 de noviembre las empresas de calificación crediticia degradaron la *rating* de *Enron* por debajo del grado de inversión. Consecuencia de ello, la corporación ya no podía realizar operaciones financieras mientras que se perdió la posibilidad de fusión. El 02 de diciembre de 2001, *Enron Corp* presentó un pedido de resguardo por bancarrota...”.

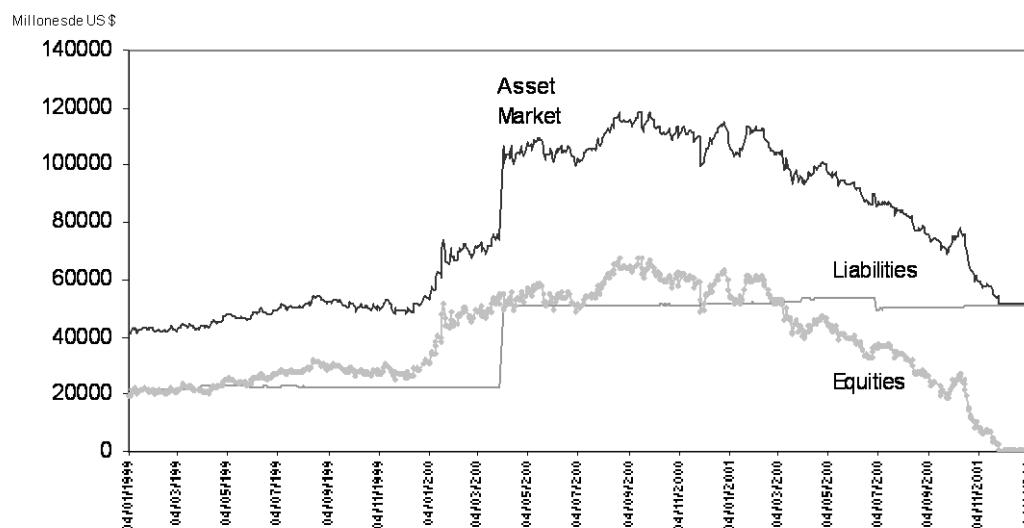
Utilizando la misma metodología que en el caso *Delta Air Lines* se infirió la probabilidad de incumplimiento de *Enron Corp*. Los datos financieros se obtuvieron de la SEC (donde

³² Extraído de: Lectura 9 –Ediciones Bolsa de Comercio de Rosario: “Análisis de las quiebras de grandes empresas por el uso incorrecto de derivados”

verdaderamente se encontró información sólo hasta 1997, el año en que según los analistas económicos la compañía comienza a tener problemas, y estados financieros para los tres primeros trimestres de 2001 pero no auditados) y de la página Web de la corporación. Las cotizaciones de las acciones de *Enron Corp.* fueron proporcionadas por el Departamento de Economía Aplicada y Estadística de la Universidad de *Clemson*.

La primera señal de incumplimiento se presenta en nuestro modelo el 23/10, 08/11 anuncia *Moody's* su intención de descalificar a *Enron*. 28/11 las agencias califican a *Enron* con D. 02/12 *Enron* pide la quiebra, 29 días después de nuestra primer señal de default, 17 días después de que *Moody's* la calificara con la más baja *credit rating* pero sin declararla en *default*. El gráfico a continuación verifica nuestra afirmación.

Gráfico 4.2 Valor de los activos y acciones de *Enron Corp.* comparado con el valor de libros de sus obligaciones de 1999 a 2002.

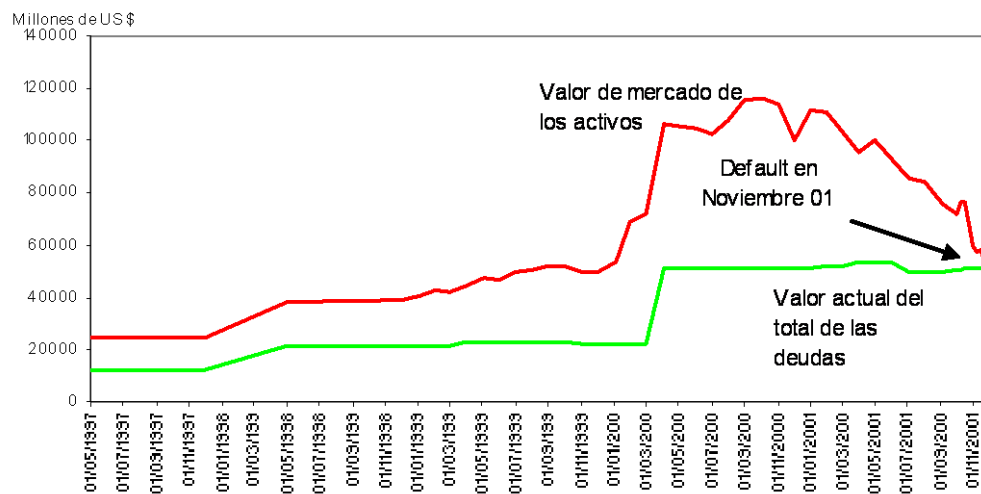


Fuente: elaboración propia con datos obtenidos de la *Securities and Exchange Commission – Finance Yahoo* y *US. Federal Reserve*.

Podemos concluir que el modelo utilizado en la determinación resultó exitoso, anticipando la caída de la empresa con anterioridad a *Moody's*³³. No obstante ello, como en el presente trabajo se ha omitido realizar suposiciones tales como, por ejemplo, “cuanto tiempo debe una señal mantenerse para considerar el cambio en la calificación crediticia”, que otros análisis sí realizan, podríamos decir que nuestro modelo funcionó en “concordancia con MKMV”, a pesar de no contar con datos financieros tan actualizados como en el caso de *Delta* (ver gráficos 4.3 y 4.4 - Comparación entre *Moody's Credit Monitor* y los resultados de nuestro modelo).

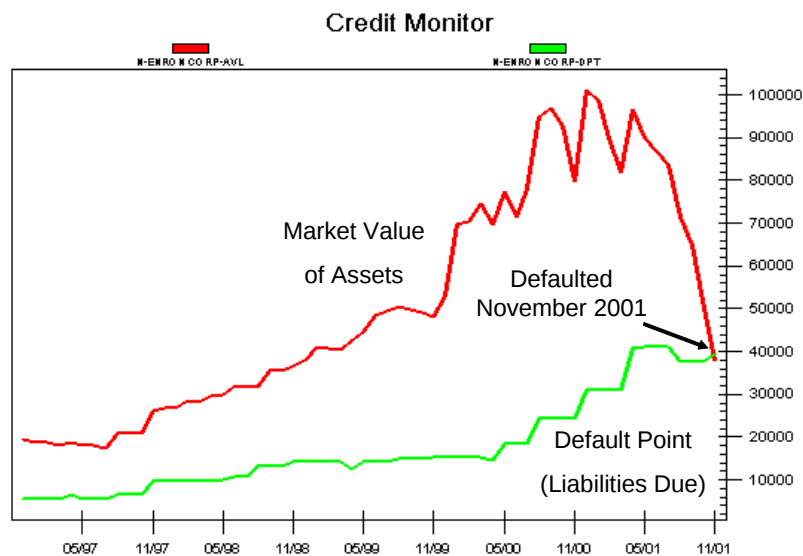
³³ Recordemos que *Moody's* determina calificaciones de riesgo a través de MKMV sobre la base del modelo VK, una ampliación al original modelo de *Merton* aquí utilizado.

Gráfico 4.3. El valor de *Enron Corp* según nuestro modelo



Fuente: elaboración propia con datos obtenidos de la *Securities and Exchange Commission – Finance Yahoo* y *US Federal Reserve*.

Gráfico 4.4. *Moody's credit monitor*



Fuente: *Measuring & Managing Credit Risk. Understanding the EDF™ Credit Measure for Public Firms*, Moody's, 2004.

5. Conclusiones

Desde la década del 70 se han realizado extensivos estudios sobre valuación de riesgo crediticio. En general, la medición del riesgo crediticio se basa en tres pilares: la probabilidad de *default* (PD), las pérdidas determinadas por el *default* (LGD) y la correlación entre estas dos variables; en el presente trabajo sólo hemos considerado el primer pilar. Los modelos de *credit risk* del tipo *forward looking* o *market price* pueden ser divididos en dos grandes grupos: los modelos basados en la intensidad³⁴ (que escapan a nuestro estudio) y los llamados modelos estructurales, cuyo pionero fuera el modelo de Merton (1974),

En el mundo de Merton, una firma emite dos tipos de activos: acciones y bonos. Un incumplimiento sucedería si el valor total del activo cae por debajo de una frontera de incumplimiento (el valor de las deudas). El *default* es determinado por valuación neutral al riesgo bajo la ausencia de oportunidades de arbitraje.

Trabajar bajo el supuesto de neutralidad al riesgo implica suponer que los activos financieros derivados, como las opciones, pueden valorarse bajo el supuesto de que los inversores son neutrales al riesgo. Respecto de su utilización, las posturas son diferentes. Para la corriente objetiva de la administración de riesgo, ésta se encuentra contaminada por el efecto de las primas de riesgo y, por lo tanto, no es una medida exacta de la probabilidad de *default*. En contraste a esto, las medidas objetivas describen la probabilidad “actual” o “natural” de incumplimiento. Sin embargo, quienes defienden los métodos *market price* sostienen que como las medidas neutrales al riesgo están derivadas directamente de los datos del mercado, deberían incorporar todas las noticias acerca de las expectativas de los acreedores.

Determinar las ventajas y desventajas del modelo suele resultar una tarea difícil de llevar a cabo ya que las características del mismo son tan particulares que dependiendo del ángulo en el que se analicen, una ventaja puede transformarse en desventaja y viceversa.

El método se basa en un modelo estático de la estructura de capital y riesgo de las firmas. El nivel de deuda es asumido como constante a lo largo del horizonte de

³⁴ Los modelos reducidos (también conocidos como modelos basados en la intensidad), representados por Jarrow y Turnbull (1995), Duffie y Singleton (1999), Madan y Unal (1999) y Hull y White (2000), tratan al *default* como una random stopping time con una parada estocástica de intensidad.

valuación³⁵. No obstante ello, la simpleza en su estructura puede resultar en beneficios para los analistas (tal como evidenciamos en el análisis empírico).

El valor de la firma, un *input* fundamental, no es fácilmente observable por lo cual deben utilizarse inferencias que pueden conllevar algún grado de error. La teoría de valuación de opciones proporciona una herramienta muy importante al momento de la determinación.

A su vez, los modelos estructurales han sido criticados por fallar en reproducir los niveles de *spread* crediticios que se observan en la práctica. Sin embargo, estudios recientes han demostrado que el mercado accionario juega un importante rol en la determinación de los cambios en el *credit spread* de las corporaciones. Ellos encontraron que el mercado accionario incorpora el *spread* de crédito en sus cotizaciones.

Para finalizar, *Merton* no puede ser utilizado para valorar riesgo crediticio soberano debido a que los países, obviamente, no pueden emitir acciones.

No obstante las limitaciones presentadas en los párrafos anteriores, el método de *Merton* tiene muchas ventajas.

Primero, éste confía en el precio de las acciones en lugar del precio de los bonos (el mercado accionario es más activo que el de deuda).

Segundo, correlaciones entre precios de las acciones puede generar correlaciones entre *defaults*, lo cual sería, por otro lado, extremadamente difícil de medir (esta es la base de la determinación de las EDF de MKMV, por ejemplo).

Al basarse en información de mercado, los métodos de determinación que utilizan el modelo de *Merton* como base, permiten realizar ajustes a las probabilidades de incumplimiento prácticamente en tiempo real y predecir con anticipación las caídas de las empresas ante cambios negativos en la cotización de sus acciones. No obstante ello, sobrestiman la calidad crediticia de las corporaciones cuyas acciones cotizan a gran valor.

³⁵ Esta limitación ha tratado de relajarse en parte incorporando las modificaciones registradas en la estructura de las compañías a medida que se fueron conociendo.

No debemos olvidar: los modelos son estructuras altamente simplificadas que tratan de imitar la realidad y, por lo tanto, no deberían esperarse respuestas perfectas. Al trabajar con ellos debemos ser conciente de las limitaciones que presentan y la mejor manera de hacerlo es comprendiendo cómo están contruidos.

Los errores o problemas que debemos afrontar a causa de las inadecuaciones entre el modelo y la realidad forman parte de los riesgos asumidos al decidir utilizarlos. No existen métodos únicos ni perfectos que eliminen los riesgos de trabajar con modelos; tratar de minimizarlos es clave para quien los utiliza.

Discusiones sobre si el *Merton Approach* predice con mayor o menor certeza el grado de incumplimiento de una corporación siempre estarán presentes. Mayor o menor grado de incertidumbre no ha sido el objeto de este trabajo. Simplemente, siendo concientes de las debilidades del acercamiento que planteamos, hemos querido remarcar el hecho de que un inversor no necesita recurrir a las grandes empresas calificadoras de riesgo o pagar elevadas sumas de dinero para tener conocimiento sobre el grado de “riesgo” de una compañía. Simplemente, mediante el conocimiento de la teoría de valuación de opciones (tema hoy presente en la mayoría de los programas de estudios en finanzas) y los datos de mercado, contaremos con una herramienta muy importante al momento de tomar decisiones.

Por supuesto, consideramos apropiado que todo otro tipo de análisis que considere el inversor adecuado agregar al modelo de *Merton* derivará en decisiones más acertadas para el mismo.

Más allá de todas las críticas, el Modelo de *Merton* fue, es y seguirá siendo popular debido a su simplicidad.

6. Agradecimientos

Este trabajo no podría haberse realizado sin la inestimable colaboración de Gabriela Facciano, FRM, directora del mismo.

Agradezco así mismo la desinteresada colaboración de Amilcar Menichini, ex Investigador *Senior* de la Bolsa de Comercio de Rosario y doctorando en finanzas de la Universidad de *Tucson, Arizona*; Mario Hallberg, ex -CEO de Rofex SA (Mercado a Término de Rosario, SA); Ma. Belén Collatti, Investigador *Junior* de la Bolsa de Comercio de Rosario; Patricia Bergero, Ejecutivo en Jefe del Departamento de Capacitación & Desarrollo de Mercados de la Bolsa de Comercio de Rosario; Walter Castro, Director de CEyCE, Fundación Libertad, Rosario; María Marta Nadeo, Directora del Departamento de Finanzas, CeyCe, Fundación Libertad, Adrián Ziccari, CeyCe, Fundación Libertad, Matías Nardi, *Department of Applied Economics and Statistics, Clemson University*, Ismael Caram y Joaquín Perez Fadol de ROFEX SA.

También aprovecho la oportunidad para agradecer las consultas dispensadas por Maria Vassalou, *Graduate School of Business, Columbia University*, los comentarios del Ing. Carlos Meites, *Financial Advisor - Oppenheimer & Co. (NY)* y la excelente predisposición del personal de *Moody's K.M.V.*

7. Referencia Bibliográfica

- [1] **Anthony Saunders** - *Financial Institutions Management* – Irwin McGraw – Hill 2000.
- [2] **Steven Allen** - *Financial Risk Management* – Wiley Finance 2003.
- [3] **John B. Caouette, Edward I. Altman and Paul Narayanan** - *Managing Credit Risk* – John Wiley & Sons, Inc 1998.
- [4] **John Hull** - *Introducción a los mercados de futuros y opciones (segunda y cuarta edición)* – Prentice Hall 1998.
- [5] **John Hull** - *Option, Futures & Other Derivatives (fourth edition)* – Prentice Hall 1999.
- [6] **Neil Chriss** - *Black – Scholes and Beyond* – Irwin Professional Publishing 1997.
- [7] **Philippe Jorion** - *Financial Risk Manager Handbook* – John Wiley & Sons, Inc 2001.
- [8] **Richard Brealey – Stewart Myers** – *Fundamentos de financiación empresarial (cuarta edición)*. McGraw – Hill 1993.
- [9] **Sheldon Natenberg** – *Option, Volatility and Pricing* – Probus 1994.

Sitios de Internet visitados:

- Yahoo Finance (<http://finance.yahoo.com/>)
- Standard & Poor's
(<http://www2.standardandpoors.com/servlet/Satellite?name=sp/Page/HomePg>)
- Enron Corp. (<http://www.enron.com/corp/>)
- Securities and Exchange Commission
(<http://www.sec.gov/>)
- Bank of International Settlement
(<http://www.bis.org/>)
- New York Stock Exchange
(<http://www.nyse.com/>)
- Moody's Investor Service
(<http://www.moodys.com/cust/default.asp>)
- Board of Governors of Federal Reserve System (<http://www.federalreserve.gov/>)

Papers consultados:

- **Robert C. Merton** – *On the pricing of Corporate Debt: the risk structure of interest rates* – *The Journal of Finance*, Vol. 29. *Papers and Proceedings of the Thirty – Second Annual Meeting of the American*

Finance Association, New York, December 28-30, 1973 (May 1974).

- **Alexandros Benos, George Papanastasopoulos** – *Extending the Merton Model: A hybrid approach to assessing credit quality* – June 2005.
- **Ana María Olaya Pardo** - *Las finanzas en la frontera del conocimiento. Borradores de Investigación N° 33, Diciembre de 2002.* Universidad del Rosario. Colombia.
- **Eric Falkenstein, Andrew Boral** – *Some empirical results on the Merton Model* – *Moody's Risk Management Service.* April 2001.
- **Gordon Delianedis, Robert Geske** – *Credit risk and risk neutral default probabilities: information about migrations and defaults.* Anderson Graduate School of Management. University of California – May 1999.
- **Hoi Ying Wong, ka Leung Li** – *On bias of testing Merton's Model* – *The Chinese University of Hong Kong* – 2005.
- **Jeffrey Bohn, Navneet Arora, Irina Korablev** – *Power and level validation of EDFTM credit measure in the US Market.* Moody's K-M-V – 2005.
- **Jin-Chuan Duan, Geneviève Gauthier, Jean-Guy Simonato, Sophia Zaanoun** – *Estimating Merton's Model by maximum likelihood with survivorship consideration* – October 2003.
- **John Hull, Izzy Nelken and Alan White** – *Merton's Model, credit risk and Volatility skews.* University of Toronto, Super Computing Consulting Group, Chicago – November 2003.
- **John McQuown** – *A comment on market vs. accounting – based measures of default risk* – September 1993 – K-M-V Corporation.
- **José Aragonés, Juan Mascareñas** – *La eficiencia y el equilibrio en los mercados de*

- capitals – Universidad Complutense de Madrid. Análisis financiero N° 64, 1994.
- **Lara Cathcart, Lina El-Jahel** – *Multiple defaults and Merton's model*. Imperial Collage, London – February 2004.
 - **Lorenzo Garlappi, Tao Shu. Hong Yan** – *Default risk, shareholder advantage and stock returns*. University of Texas at Austin and SEC – September 2005.
 - **Maria Vassalou, Yuhang Xing** – *Equity returns following changes in default risk: New insights into the informational content of credit ratings* – July 18, 2003 - Columbia University.
 - **Maria Vassalou, Yuhang Xing** – *Default risk in equity returns* – July 30, 2002 - Columbia University.
 - **Peter Crosbie** – Jeff Bohn – *Modeling default risk* – December 18, 2003 – Moody's K-M-V
 - **Raúl González de Paz** – *Apuntes sobre riesgo de crédito*.
 - **Navneet Arora, Jeffrey Bohn, Fanlin Zhu** – *Reduced form vs. structural models of credit risk: a case study of three models* – Moody's K-M-V – February 2005.
 - **Roger Stein** – *Evidence on the incompleteness of Merton – type structural models for default prediction* – Technical paper - Moody's K-M-V – 2005.
 - **Saikat Nandi** – *Valuation models for default – risky securities: an overview* – 1998 – Federal Reserve Bank of Atlanta – Economic Review Journal.
 - **Sreedhar Bharath – Tyler Shumway** – *Forecasting Default with KMV-Merton Model* – December 2004 – University of Michigan.
 - **Stephen Kealhofer** – *Quantifying Credit risk I: Default prediction* – Financial Analyst Journal Vol 59 – N°1 - Jan – Feb 2003.
 - **Stephen Kealhofer** – *Quantifying Credit risk II: Debt valuation* – Financial Analyst Journal Vol 59 – N°3 - May – June 2003.
 - **Til Schuermann, Samuel Hanson** – *Estimating probabilities of default*. Federal Reserve Bank of New York Staff Report. July 2004.
 - **Thorsten Schmidt** – *Credit risk: an introduction to credit risk modeling with respect to credit derivatives pricing*. Talk presented in the Frankfurt Math-finance Colloquium at Goethe University. Mathematisches Institut, Gießen . May 2001.
- Otras publicaciones:
- **CFA Magazine** – *A Model Mind, Robert Merton on putting theory into practice*. July – August 2004.

8. Anexo I. El mercado mundial de deuda.

	País emisor	Deuda doméstica				Deuda Internacional	Total
		Total	Pública	I. Financieras	Corporaciones		
1	EEUU	20310,5	5924,7	11676,8	2709	3700,2	44321,2
2	Japón	8370,7	6604,7	1060,4	705,6	288,7	17030,1
3	Italia	2164,2	1324,1	595,6	244,5	765,5	5093,9
4	Alemania	1911,6	1071,9	722	117,7	2302,8	6126
5	Francia	1884,7	1079,9	576,6	228,2	1033,5	4802,9
6	Reino Unido	1002,7	679,5	300,5	22,7	1654,2	3659,6
7	España	922,6	406,9	295,2	220,5	803,3	2648,5
8	Canadá	793,5	579,2	110,8	103,5	319,7	1906,7
9	Holanda	675,5	259,8	363,3	52,4	780,8	2131,8
10	Corea del Sur	655,6	226	277	152,6	86,1	1397,3
11	China	605,3	340,3	252,5	12,5	28,2	1238,8
12	Brasil	522,7	409,5	108,4	4,8	112,2	1157,6
13	Dinamarca	427,5	84,6	323,2	19,7	71,4	926,4
14	Bélgica	414,4	302,3	70,3	41,8	317,8	1146,6
15	Australia	365,3	85,5	169,8	110	316,5	1047,1
16	India	279,1	268	7,3	3,8	14,2	572,4
17	Suecia	285,8	136,5	124,2	25,1	191,3	762,9
18	Méjico	227,7	186,5	6,4	34,8	91	546,4
19	Suiza	209,3	107	90,6	11,7	289,1	707,7
20	Grecia	207,4	206,8	0,6		151,2	566
	Otros	2078,9	1335,2	414,9	328,8	15506,5	19664,3
	Total	44315	21618,9	17546,4	5149,7	28824,2	117454,2

Fuente: Bank for International Settlements (www.bis.org). Datos actualizados a Junio de 2006.

9. Anexo II: El modelo de *Black – Scholes*.

La idea clave en la valuación de derivados es la de la **replicación**. En otras palabras, replicamos exactamente el rendimiento de la opción mediante un *portfolio* adecuado de activo subyacente más algún préstamo.

A principios de los 70', *Fisher Black* y *Myron Scholes* realizaron un descubrimiento científico de gran importancia (que luego les valiera el premio Nóbel de Economía junto a *Robert Merton*) en la valoración de las opciones sobre acciones.

El modelo de *Black- Scholes* (BS) es una aplicación de esta idea de replicación que provee una elegante forma de solución para valorar *calls* europeos³⁶. La derivación de la solución está basada en los siguientes supuestos:

- El precio del activo subyacente se mueve de manera continua
- La tasa de interés es conocida y constante (tasa libre de riesgo)

³⁶ Las opciones europeas son aquellas que pueden ser ejercidas sólo en la fecha de vencimiento de las mismas.

- La varianza de los retornos es constante
- No se realizan pagos de dividendos
- Mercado de capitales perfecto (es decir, se permiten las ventas en corto, no existen costos de transacción o impuestos y el mercado opera continuamente).
- No existen oportunidades de arbitraje
- Existe neutralidad al riesgo

El supuesto más importante dentro del modelo es que los precios son continuos.

El supuesto subyacente al modelo es que el precio de las acciones sigue lo que se denomina un “recorrido aleatorio” (*random walk*). Esto significa que los cambios proporcionales en el precio de las acciones en un período de tiempo corto se distribuyen normalmente, lo que implica, por otra parte, que el precio de las acciones en cualquier momento futuro tiene lo que se conoce como distribución *lognormal*³⁷.

El proceso estadístico para valorar el activo es modelar por un movimiento geométrico *Browniano* (*geometric Brownian Motion*): sobre cualquier intervalo de tiempo arbitrario, dt , el retorno logarítmico tiene una distribución normal con media $= \mu dt$ y varianza $= \sigma^2 dt$. El retorno total puede ser modelado como:

$$dS/S = \mu dt + \sigma dz \quad (II.1)$$

Donde, el primer término a la derecha de la ecuación representa el componente determinístico (o de tendencia) y el segundo es el componente estocástico, con dz distribuido normalmente con media cero y varianza dt . Aquí, μ representa la apreciación del retorno de capital, es decir, el retorno total neto de cualquier ingreso por flujo de pagos.

Este proceso implica que el logaritmo del valor final está distribuido como:

$$\ln(S_T) = \ln(S_0) + (\mu - \sigma^2/2)\tau + \sigma\sqrt{\tau}\varepsilon \quad (II.2)$$

Donde:

³⁷ Mientras que una variable con distribución normal puede tomar valor positivo o negativo, una variable distribuida log-normalmente sólo puede ser positiva. Una distribución normal es simétrica, la log-normal es asimétrica con media, mediana y moda, todas ellas diferentes.

ε es una variable aleatoria $N(0,1)$
 S_T es el valor de la acción al momento T
 S_0 es el valor de la acción al momento 0

Sobre la base de este supuesto, *Black - Scholes* (1972) derivó un tipo de fórmula cerrada para opciones europeas sobre acciones que no pagaban dividendos, llamado Modelo *Black – Scholes*³⁸.

El punto clave del análisis es que una posición en opciones puede ser replicada por una posición “delta” en el activo subyacente. Por lo tanto, un *portfolio* que combine el activo subyacente y la opción en proporciones adecuadas es “puntualmente” libre de riesgo, esto es, para pequeños movimientos de precios. Para evitar arbitrajes, este *portfolio* debe rendir la tasa libre de riesgo.

Como resultado, podemos directamente computar el valor presente del derivado como el pago esperado descontado:

$$f_t = E^{RN} \left[e^{-r\tau} F(S_T) \right] \quad (II.3)$$

donde se asume que el activo subyacente crece a la tasa libre de riesgo y el descuento también es realizado a la tasa libre de riesgo. Aquí el superíndice RN refiere de hecho que el análisis asume neutralidad al riesgo. En otras palabras, asumiendo que todos los pagos crecen y son descontados a la misma tasa libre de riesgo (como si los inversores fueran neutrales al riesgo), principio para una correcta solución.

En el caso de un *call* europeo, el pago final es $F(S_T) = \text{Max}(S_T - X, 0)$. Si el activo paga una renta continua de r^* y sabiendo que X es constante durante la vida de la opción, el valor actual del *call* (c) está determinado por:

$$c = S e^{-r^*\tau} N(d_1) - X e^{-r^*\tau} N(d_2) \quad (II.4)$$

Donde:
 S = valor de la acción
 X = precio de ejercicio
 r = tasa libre de riesgo
 τ = tiempo

³⁸ En 1973 Merton expande este modelo a los casos de acciones que pagaban dividendos a interés continuo. Garman y Kohlhagen (1983) extendieron la fórmula a monedas extranjeras, reinterpretando la yield como una tasa de interés extranjera. El modelo de Black (1976) aplica la misma fórmula sobre opciones sobre futuros, reinterpretando la yield como la tasa doméstica libre de riesgo, el precio spot y el precio forward.

y donde $N(d)$ es la función de distribución acumulada para la distribución normal estándar:

$$N(d) = \int_{-\infty}^d \phi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^d e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \quad (II.5)$$

con ϕ definida como la función de densidad de la normal estándar. $N(d)$ es también el área a la izquierda de una variable normal estándar con valor igual a d . Notemos que, dado que la función de densidad es simétrica, $N(d) = 1 - N(-d)$, o, lo que es lo mismo, el área a la izquierda de d es la misma que el área a la derecha de $-d$.

Los valores de d_1 y d_2 son:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{Xe^{-r\tau}}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}};$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \quad (II.6)$$

Donde:

$\ln$ = logaritmo natural

S = valor de la acción

X = precio de ejercicio

r = tasa libre de riesgo

$\tau = (T-t)$ es el tiempo al vencimiento

σ = volatilidad

Aplicando el modelo de paridad *put – call*, el valor de un *put* (p) europeo es:

$$p = Se^{-r\tau} [N(d_1) - 1] - Xe^{-r\tau} [N(d_2) - 1] \quad (II.7)$$

Deberíamos notar que la ecuación (II.4) puede ser reinterpretada en vista de la fórmula de descuento en un mundo neutral al riesgo (II.3):

$$c = E^{RN} [e^{-r\tau} \text{Max}(S_T - X, 0)] = e^{-r\tau} \left[\int_K^{\infty} S f(S) dS \right] - XKe^{-r\tau} \left[\int_K^{\infty} f(S) dS \right] \quad (II.8)$$

Uniendo ésta con (II.4), vemos que el término que multiplica X es también la probabilidad neutral al riesgo del ejercicio del *call* o, que la opción terminará *in the money*³⁹:

³⁹ In The Money (ITM): la opción es ejercible, se encuentra “dentro del dinero”. Una opción *call* es ejercible cuando el precio de ejercicio de la misma es menor a la cotización del activo en un momento determinado. Un *put* estará dentro del dinero cuando el precio de ejercicio del mismo sea superior al valor del activo en un momento determinado.

$$\text{Probabilidad de ejercicio neutral al riesgo} = N(d_2) \quad (II.9)$$

La variable d_2 se encuentra vinculada al precio de ejercicio. Colocando X en lugar de S_T en la ecuación (II.2) tenemos:

$$\ln(X) = \ln(S_0) + (r - \sigma^2/2)\tau + \sigma\sqrt{\tau}\varepsilon^* \quad (II.10)$$

Resolviendo encontramos que $\varepsilon^* = -d_2$. El área a la izquierda de d_2 es, por lo tanto, el mismo área que a la derecha de ε^* , lo cual representa la probabilidad neutral al riesgo del ejercicio del *call*.

Propiedades de la fórmula de BS

Cuando el precio de la acción S es muy alto, la opción *call* se hará ejercible. Esto último es interesante para tomar el límite de (II.4) como el movimiento de la opción más *in the money* (i.e. el precio del spot S es mucho más grande que X , el precio de ejercicio). En este caso d_1 y d_2 se vuelven muy grandes y las funciones $N(d_1)$ y $N(d_2)$ tienden a la unidad. El valor del *call* tenderá entonces a:

$$c(S \gg K) = Se^{-r^*\tau} - Xe^{-r\tau} \quad (11)$$

la cual es la fórmula de valuación de un contrato *forward*. Un *call* que se encuentra muy dentro del dinero es equivalente a una posición *long* sobre un contrato *forward*. Estamos seguros de que la opción será ejercida y el mantenimiento de la misma es económicamente equivalente al mantenimiento de un contrato *forward* o el activo en sí mismo. Inversamente, el precio de un *put* sobre la misma acción tenderá a cero. Esto es consistente con la ecuación (II.7) debido a que $N(d_1)$ y $N(d_2)$ tenderán a cero.

10. Anexo III: *Equivalent credit ratings*

Credit Risk	Moody's	Standard & Poor's	Fitch IBCA	Duff & Phelps
INVESTMENT GRADE				
Highest quality	Aaa	AAA	AAA	AAA
High quality (very strong)	Aa	AA	AA	AA
Upper medium grade (strong)	A	A	A	A
Medium grade	Baa	BBB	BBB	BBB
NOT INVESTMENT GRADE				
Lower medium grade (somewhat speculative)	Ba	BB	BB	BB
Low grade (speculative)	B	B	B	B
Poor quality (may default)	Caa	CCC	CCC	CCC
Most speculative	Ca	CC	CC	CC
No interest being paid or bankruptcy petition filed	C	C	C	C
In default	D	D	D	D

11. Anexo IV: Determinación de la probabilidad de incumplimiento de *Delta Air Lines Inc.*

11.1 Valor de libros de *Delta Air Lines*.

Período	Activo	Pasivo	Patrimonio Neto
1990	7227	4631	2596
1991	8411	5954	2457
1992	10162	8268	1894
Jun-93	11871	9958	1913
Dic-93	11600	9815	1785
Mar-94	11707	10024	1683
Jun-94	11896	10429	1467
Sep-94	11940	10267	1673
Dic-94	11384	9773	1611
Mar-95	11498	9902	1596
Jun-95	12143	10316	1827
Sep-95	12289	10265	2024
Dic-95	11998	9919	2079
Mar-96	12111	10277	1834
Jun-96	12226	9686	2540
Sep-96	12139	9623	2516
Dic-96	12026	9556	2470
Mar-97	12492	9843	2649
Jun-97	12741	9734	3007
Sep-97	13535	10295	3240
Dic-97	13137	9730	3407
Mar-98	13870	10184	3686
Jun-98	14603	10580	4023
Sep-98	14439	10531	3908

Período	Activo	Pasivo	Patrimonio neto
Dic-98	14727	10650	4077
Mar-99	16165	11941	4224
Jun-99	16544	12096	4448
Sep-99	17417	12950	4467
Dic-99	19871	14886	4985
Mar-00	20184	15380	4804
Jun-00	20566	15693	4873
Sep-00	21805	16330	5475
Dic-00	21931	16588	5343
Mar-01	22100	16972	5128
Jun-01	22881	17851	5030
Sep-01	24377	19742	4635
Dic-01	23605	19836	3769
Mar-02	23705	20294	3411
Jun-02	24065	20886	3179
Sep-02	24037	21192	2845
Dic-02	24720	23827	893
Mar-03	24465	23960	505
Jun-03	25557	24878	679
Sep-03	25761	25264	497
Dic-03	25939	27015	-1076
Mar-04	26174	27202	-1028
Jun-04	24175	27127	-2952
Sep-04	23526	27103	-3577
Dic-04	21801	27597	-5796
Mar-05	21737	28366	-6629
Jun-05	21561	28546	-6985
Sep-05	20215	28678	-8463

Fuente: SEC en Millones de dólares

11.2 Valor de mercado de los activos (resumen de datos)

Date	Adj, Close* (1)	Equity market value (in millions)	Total liabilities (in millions)	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas (in millions)	Valor de mercado de la firma
...	...	...	...	...	...	...
10/09/2001	36,83	4539,137879	17851	3,31	17269,80376	21808,942
17/09/2001	20,41	2515,444043	17851	2,72	17371,99678	19887,441
01/10/2001	25,5	3142,764483	19742	2,47	19260,34552	22403,11
...	...	...	...	...	...	...
10/09/2002	16,75	2066,266684	20886	1,77	20519,57027	22585,837
01/10/2002	9,78	1206,453025	21192	1,56	20863,97009	22070,423
...	...	...	...	...	...	...
10/09/2003	14,23	1758,044567	24878	1,2	24581,24807	26339,293
01/10/2003	13,34	1648,089566	25264	1,13	24980,12372	26628,213
...	...	...	...	...	...	...
10/09/2004	3,82	534,1522923	27127	2,08	26568,58604	27102,738
01/10/2004	3,45	482,4150284	27103	2,21	26510,5939	26993,009
...	...	...	...	...	...	...

09/09/2005	0,89	139,8657837	28546	3,78	27487,10048	27626,966
14/09/2005	0,67	105,2922192	28546	3,81	27478,85559	27584,148
03/10/2005	0,66	124,9663774	28678	4,09	27528,73252	27653,699
30/12/2005	0,72	136,3269571	28678	4,38	27449,01485	27585,342

Datos en millones de US \$.

11.3 Probabilidad de *default* (resumen de datos)

Date	Volatilidad diaria anualizada	Market cap	Tasa libre de riesgo	Valor actual de las obligaciones	Valor actual de los activos	Volatilidad de los activos	N(-d2) promedio mensual	Credit rating equivalente
...17/09/2001	32%	2515,4	2,72%	12326,128	14841,5721	0,05		AA
18/09/2001	175%	2794	2,69%	12329,8264	15123,8057	0,42		11-S
19/09/2001	179%	2882,7	2,49%	12354,5107	15237,2269	0,44		11-S
20/09/2001	180%	2662,1	2,56%	12345,8656	15007,972	0,41		11-S
21/09/2001	180%	2738,5	2,53%	12349,5699	15088,0886	0,42		11-S
24/09/2001	181%	2923,4	2,56%	12345,8656	15269,2528	0,45		11-S
25/09/2001	183%	2987,5	2,51%	12352,0401	15339,515	0,46		11-S
26/09/2001	183%	3029,4	2,48%	12355,7462	15385,1247	0,47		11-S
27/09/2001	183%	2969	2,43%	12361,9257	15330,9138	0,46		11-S
28/09/2001	183%	3208,1	2,49%	12354,5107	15562,5954	0,48		11-S
01/10/2001	185%	3142,8	2,47%	13695,5086	16838,2731	0,45		11-S
02/10/2001	185%	3300,5	2,43%	13700,9879	17001,5068	0,46		11-S
03/10/2001	186%	3577,8	2,38%	13707,8401	17285,6618	0,49		11-S
04/10/2001	188%	3405,3	2,37%	13709,2109	17114,4887	0,48		11-S
05/10/2001	188%	3323,9	2,33%	13714,6957	17038,6313	0,48		11-S
08/10/2001	188%	3352,3	2,33%	13714,6957	17066,9778	0,48		11-S
09/10/2001	188%	3275,9	2,35%	13711,9531	16987,8229	0,47		11-S
10/10/2001	188%	3311,6	2,35%	13711,9531	17023,5641	0,47		11-S
11/10/2001	188%	3391,7	2,44%	13699,6179	17091,3386	0,48		11-S
12/10/2001	187%	3144	2,40%	13705,0988	16849,0957	0,45		11-S
15/10/2001	188%	3166,2	2,39%	13706,4694	16872,6505	0,46		11-S
16/10/2001	188%	3158,8	2,37%	13709,2109	16867,9974	0,46		11-S
17/10/2001	188%	2934,5	2,37%	13709,2109	16643,6902	0,43		11-S
18/10/2001	189%	2824,8	2,36%	13710,5819	16535,3726	0,42		11-S
19/10/2001	189%	2753,3	2,34%	13713,3243	16466,6325	0,42		11-S
22/10/2001	189%	2901,2	2,35%	13711,9531	16613,156	0,43		11-S
23/10/2001	190%	3019,5	2,37%	13709,2109	16728,7298	0,45		11-S
24/10/2001	191%	2917,2	2,32%	13716,0673	16633,2922	0,44		11-S
25/10/2001	191%	2930,8	2,26%	13724,2994	16655,0813	0,44		11-S
26/10/2001	191%	2914,8	2,26%	13724,2994	16639,0594	0,44		11-S
...02/11/2001	65%	2924,6	2,07%	13750,4003	16675,02	0,12		B
...31/12/2001	46%	3569,2	2,17%	13736,6568	17305,8513	0,10	2,499%	BB
...31/01/2002	44%	3858,7	2,29%	13352,2066	17210,8825	0,10	0,472%	BBB
...28/02/2002	41%	4215,2	2,25%	13357,5485	17572,7326	0,10	0,350%	A
...28/03/2002	56%	3998,1	2,70%	13297,5746	17295,6464	0,13	0,962%	BB
...30/04/2002	46%	3386,2	2,35%	13206,9609	16593,1711	0,09	1,381%	BB
...31/05/2002	30%	3211	2,34%	13208,2817	16419,3218	0,06	0,103%	AA
...28/06/2002	38%	2446,2	2,06%	13245,3167	15691,5297	0,06	0,053%	AA
...31/07/2002	62%	1905,9	1,80%	13695,7445	15601,6442	0,08	1,095%	BB
...30/08/2002	87%	2152,6	1,74%	13703,9644	15856,5826	0,13	7,610%	CC
...30/09/2002	118%	1138,6	1,53%	13732,773	14871,3785	0,11	10,098%	CC
...31/10/2002	145%	1234,8	1,46%	14171,5772	15406,4028	0,15	24,133%	D
...29/11/2002	82%	1657,9	1,56%	14157,4127	15815,3604	0,09	19,430%	D

Date	Volatilidad diaria anualizada	Market cap	Tasa libre de riesgo	Valor actual de las obligaciones	Valor actual de los activos	Volatilidad de los activos	N(-d2) promedio mensual	Credit rating equivalente
...31/12/2002	76%	1486,5	1,32%	14191,4313	15677,9097	0,08	8,823%	CC
...31/01/2003	61%	1124,3	1,31%	15359,4673	16483,7263	0,04	3,093%	B
...28/02/2003	54%	1036,5	1,24%	15370,2227	16406,7648	0,03	1,686%	BB
...31/03/2003	131%	1097,1	1,19%	15377,9097	16474,9888	0,11	12,623%	CC
...30/04/2003	111%	1577,7	1,22%	15567,9082	17145,5772	0,12	24,685%	D
...29/05/2003	77%	1675,3	1,11%	15585,0424	17260,3118	0,08	9,832%	CC
...25/06/2003	66%	1756,8	1,05%	15594,3962	17351,2053	0,07	6,125%	CC
...31/07/2003	60%	1470,2	1,28%	15831,5536	17301,7385	0,05	3,108%	B
...29/08/2003	47%	1590	1,35%	15820,4754	17410,4989	0,04	2,609%	B
...30/09/2003	49%	1643,1	1,15%	15852,148	17495,2958	0,05	1,019%	BB
...31/10/2003	48%	1608,6	1,31%	16129,3159	17737,8711	0,04	0,804%	BB
...28/11/2003	45%	1549,3	1,39%	16116,4176	17665,6712	0,04	0,308%	A
...30/12/2003	45%	1465,2	1,28%	16134,1554	17599,3985	0,04	0,376%	A
...30/01/2004	50%	1468,2	1,28%	17004,9378	18473,1574	0,04	0,337%	A
...27/02/2004	56%	1255,7	1,21%	17016,8454	18272,5228	0,04	1,967%	BB
...31/03/2004	54%	1107,5	1,20%	17018,5472	18126,0043	0,03	1,025%	BB
...30/04/2004	48%	869,75	1,55%	17162,4103	18032,1557	0,02	1,361%	BB
...28/05/2004	90%	852,97	1,83%	17114,4228	17967,3885	0,05	3,191%	B
...30/06/2004	80%	995,59	2,09%	17069,9831	18065,5758	0,05	7,178%	CCC
...30/07/2004	70%	725,72	2,13%	16670,6074	17396,3274	0,03	1,983%	BB
...31/08/2004	64%	564,91	1,99%	16693,9626	17258,8776	0,02	1,259%	BB
...30/09/2004	81%	460,04	2,21%	16657,2763	17117,3184	0,02	1,244%	BB
...29/10/2004	201%	625,04	2,28%	16545,9195	17170,9616	0,10	10,581%	CC
...30/11/2004	134%	734,11	2,63%	16488,1101	17222,2199	0,07	25,124%	D
...30/12/2004	49%	771,86	2,76%	16466,6894	17238,5535	0,02	2,568%	C

12. Anexo V. Determinación de la probabilidad de incumplimiento de Enron Corp.

12.1 Valor de libros de *Enron Corp.*

Período	Activo	Pasivo	Patrimonio Neto
1992	10311,60	7793,29	2518,32
1993	11504,32	8880,94	2623,37
Mar-94	11123,67	7950,11	3173,56
Jun-94	11422,00	8425,88	2996,12
Sep-94	12158,99	9288,14	2870,85
Dic-94	11966,01	9085,68	2880,33
Mar-95	12281,28	9242,14	3039,14
Jun-95	12772,00	9684,00	3088,00
Sep-95	13028,61	9921,12	3107,49
Dic-95	13238,94	10073,72	3165,22
Mar-96	13051,13	9691,15	3359,97
Jun-96	14627,78	11073,92	3553,86
Sep-96	14821,09	11228,34	3592,75
Dic-96	16137,00	12414,00	3723,00
1997	22552,00	13078,00	9474,00
1998	29350,00	22302,00	7048,00
1999	33381,00	23811,00	9570,00
2000	65503,00	54333,00	11170,00
Mar-01	67260,00	55533,00	11727,00
Jun-01	63392,00	51652,00	11740,00
Sep-01	61783,00	52185,00	9598,00

Fuente: SEC, Enron Corp. Datos en millones de dólares

13.2 Valor de mercado de los activos (resumen de datos)

Date	Adj, Close*	Equity market value	Total liabilities	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas	Valor de mercado de la firma
...	...	...	...	...	...	...
02/01/1992	35,875	4260,73025	7793,286	4,13	7477,979191	11738,709
...	...	...	...	...	...	...
15/01/1993	45,375	5389,00725	7793,286	3,42	7531,261772	12920,269
...	...	...	...	...	...	...
17/01/1994	30	7472,85	8880,941	3,55	8571,19806	16044,048
...	...	...	...	...	...	...
16/01/1995	28,375	7613,487464	9085,683	6,89	8480,758384	16094,246
...	...	...	...	...	...	...
15/01/1996	36,625	9209,584534	10073,719	5,14	9569,011928	18778,596
...	...	...	...	...	...	...
15/01/1997	44,375	11357,70004	12414	5,57	11741,44474	23099,145
...	...	...	...	...	...	...
15/01/1998	39,8125	12391,49376	13078,00386	5,19	12416,56818	24808,062
...	...	...	...	...	...	...
15/01/1999	63,8125	21114,31924	22302	4,46	21329,18581	42443,505
...	...	...	...	...	...	...

Date	Adj, Close*	Equity market value	Total liabilities	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas	Valor de mercado de la firma
14/01/2000	56,375	40337,85531	23811	6,13	22395,22259	62733,078
...	...	...	...	...	...	...
16/01/2001	68,4375	51439,5444	54333	4,95	51708,99636	103148,54
17/01/2001	71,125	53459,54477	54333	4,91	51729,68409	105189,23
18/01/2001	72,0625	54164,19606	54333	4,76	51807,33684	105971,53
19/01/2001	70,875	53271,63776	54333	4,79	51791,79697	105063,43
22/01/2001	75,0625	56419,0802	54333	4,79	51791,79697	108210,88
23/01/2001	78,5625	59049,77836	54333	4,85	51760,73122	110810,51
24/01/2001	79,75	59942,33667	54333	4,86	51755,5554	111697,89
25/01/2001	82	61633,49977	54333	4,83	51771,0844	113404,58
26/01/2001	82	61633,49977	54333	4,8	51786,61805	113420,12
29/01/2001	80,77	60708,99728	54333	4,78	51796,97641	112505,97
30/01/2001	78,5	59002,80161	54333	4,68	51848,7993	110851,6
31/01/2001	80	60130,24368	54333	4,6	51890,29493	112020,54
01/02/2001	78,79	59220,77374	54333	4,56	51911,0552	111131,83
02/02/2001	79,98	60115,21112	54333	4,67	51853,98444	111969,2
05/02/2001	81,81	61490,69044	54333	4,7	51838,43057	113329,12
06/02/2001	80,15	60242,98789	54333	4,74	51817,69935	112060,69
07/02/2001	80,35	60393,3135	54333	4,73	51822,88138	112216,19
08/02/2001	80	60130,24368	54333	4,74	51817,69935	111947,94
09/02/2001	80,2	60280,56929	54333	4,68	51848,7993	112129,37
12/02/2001	79,8	59979,91807	54333	4,7	51838,43057	111818,35
13/02/2001	81,15	60994,61593	54333	4,77	51802,15637	112796,77
14/02/2001	80	60130,24368	54333	4,84	51765,90755	111896,15
15/02/2001	77,9	58551,82478	54333	4,9	51734,85732	110286,68
16/02/2001	76,65	57612,28973	54333	4,78	51796,97641	109409,27
20/02/2001	75,09	56439,74997	54333	4,77	51802,15637	108241,91
21/02/2001	73,09	54936,49388	54333	4,74	51817,69935	106754,19
22/02/2001	72,15	54229,96352	54333	4,68	51848,7993	106078,76
23/02/2001	71	53365,59127	54333	4,58	51900,67403	105266,27
26/02/2001	70,56	53034,87493	54333	4,48	51952,60066	104987,48
27/02/2001	70,04	52644,02834	54333	4,47	51957,79618	104601,82
28/02/2001	68,5	51486,52115	54333	4,47	51957,79618	103444,32
01/03/2001	68,68	51621,8142	54333	4,45	51968,18878	103590
02/03/2001	70,19	52756,77255	54333	4,48	51952,60066	104709,37
05/03/2001	70,11	52696,64231	54333	4,51	51937,01722	104633,66
06/03/2001	68,87	51764,62353	54333	4,5	51942,21118	103706,83
07/03/2001	70	52613,96322	54333	4,44	51973,38586	104587,35
08/03/2001	70,59	53057,42377	54333	4,42	51983,78158	105041,21
09/03/2001	68,84	51742,07469	54333	4,46	51962,99222	103705,07
12/03/2001	61,27	46052,25038	54333	4,43	51978,58346	98030,834
13/03/2001	62,05	46638,52025	54333	4,43	51978,58346	98617,104
14/03/2001	62,75	47164,65989	54333	4,29	52051,40444	99216,064
15/03/2001	66,53	50005,8139	54333	4,19	52103,48188	102109,3
16/03/2001	62,24	46781,32958	54333	4,19	52103,48188	98884,811
19/03/2001	61,8	46450,61324	54333	4,25	52072,22916	98522,842
20/03/2001	60,95	45811,7294	54333	4,18	52108,69248	97920,422
21/03/2001	55,89	42008,49149	54333	4,14	52129,54013	94138,032
22/03/2001	55,023	41356,82998	54333	4,1	52150,39612	93507,226
23/03/2001	59,4	44646,70593	54333	4,17	52113,90361	96760,61
26/03/2001	61,48	46210,09227	54333	4,18	52108,69248	98318,785

Date	Adj, Close*	Equity market value	Total liabilities	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas	Valor de mercado de la firma
27/03/2001	60,46	45443,43166	54333	4,29	52051,40444	97494,836
28/03/2001	58,1	43669,58947	54333	4,22	52087,85318	95757,443
29/03/2001	55,31	41572,54722	54333	4,16	52119,11526	93691,662
30/03/2001	58,1	43669,58947	54333	4,09	52155,61142	95825,201
02/04/2001	56,57	42207,16811	55533	4,1	53302,19107	95509,359
03/04/2001	54,06	40334,44419	55533	4,01	53350,18464	93684,629
04/04/2001	53,72	40080,76844	55533	3,97	53371,52898	93452,297
05/04/2001	55,7	41558,05663	55533	4,01	53350,18464	94908,241
06/04/2001	53,5	39916,62531	55533	3,9	53408,90213	93325,527
09/04/2001	55,96	41752,04397	55533	3,94	53387,54284	95139,587
10/04/2001	58,82	43885,90469	55533	4,04	53334,18198	97220,087
11/04/2001	58,51	43654,61209	55533	4,11	53296,86112	96951,473
12/04/2001	57,3	42751,82487	55533	4,17	53264,8926	96016,717
16/04/2001	59,44	44348,48988	55533	4,26	53216,97576	97565,466
17/04/2001	60	44766,30876	55533	4,17	53264,8926	98031,201
18/04/2001	61,62	45974,9991	55533	3,97	53371,52898	99346,528
19/04/2001	61,16	45631,79073	55533	3,94	53387,54284	99019,334
20/04/2001	59,99	44758,84771	55533	3,88	53419,58498	98178,433
23/04/2001	61,65	45997,38225	55533	3,77	53478,37885	99475,761
24/04/2001	61,87	46161,52538	55533	3,76	53483,72696	99645,252
25/04/2001	62,88	46915,09158	55533	3,85	53435,61326	100350,7
26/04/2001	63,66	47497,05359	55533	3,83	53446,30145	100943,36
27/04/2001	63,5	47377,67677	55533	3,91	53403,56151	100781,24
30/04/2001	62,72	46795,71476	55533	3,94	53387,54284	100183,26
01/05/2001	62,41	46564,42216	55533	3,91	53403,56151	99967,984
02/05/2001	60,5	45139,36133	55533	3,95	53382,20435	98521,566
03/05/2001	58,35	43535,23527	55533	3,89	53414,24329	96949,479
04/05/2001	59,48	44378,33408	55533	3,79	53467,68425	97846,018
07/05/2001	58,04	43303,94267	55533	3,73	53499,77448	96803,717
08/05/2001	56,11	41863,95974	55533	3,7	53515,82682	95379,787
09/05/2001	59,2	44169,42464	55533	3,69	53521,17867	97690,603
10/05/2001	57,6	42975,65641	55533	3,78	53473,03128	96448,688
11/05/2001	58,2	43423,3195	55533	3,89	53414,24329	96837,563
14/05/2001	58,75	43833,67733	55533	3,79	53467,68425	97301,362
15/05/2001	56,99	42520,53227	55533	3,75	53489,0756	96009,608
16/05/2001	55,01	41043,24408	55533	3,72	53505,12473	94548,369
17/05/2001	52,2	38946,68862	55533	3,75	53489,0756	92435,764
18/05/2001	54,9	40961,17252	55533	3,79	53467,68425	94428,857
21/05/2001	54,99	41028,32198	55533	3,83	53446,30145	94474,623
22/05/2001	54,95	40998,47777	55533	3,79	53467,68425	94466,162
23/05/2001	55,35	41296,91983	55533	3,75	53489,0756	94785,995
24/05/2001	54,16	40409,05471	55533	3,79	53467,68425	93876,739
25/05/2001	53	39543,57274	55533	3,76	53483,72696	93027,3
29/05/2001	53,05	39580,878	55533	3,76	53483,72696	93064,605
30/05/2001	53,23	39715,17692	55533	3,75	53489,0756	93204,253
31/05/2001	52,91	39476,42327	55533	3,63	53553,30102	93029,724
01/06/2001	53,04	39573,41694	55533	3,67	53531,88398	93105,301
04/06/2001	54,54	40692,57466	55533	3,68	53526,53106	94219,106
05/06/2001	53,75	40103,1516	55533	3,61	53564,01275	93667,164
06/06/2001	52,33	39043,68229	55533	3,62	53558,65662	92602,339
07/06/2001	50,52	37693,23198	55533	3,63	53553,30102	91246,533

Date	Adj, Close*	Equity market value	Total liabilities	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas	Valor de mercado de la firma
08/06/2001	51,13	38148,35611	55533	3,64	53547,94596	91696,302
11/06/2001	51	38051,36245	55533	3,64	53547,94596	91599,308
12/06/2001	50,37	37581,3162	55533	3,62	53558,65662	91139,973
13/06/2001	49,92	37245,56889	55533	3,6	53569,36942	90814,938
14/06/2001	47,91	35745,89754	55533	3,56	53590,80145	89336,699
15/06/2001	47,26	35260,9292	55533	3,53	53606,8811	88867,81
18/06/2001	44,7	33350,90003	55533	3,48	53633,69125	86984,591
19/06/2001	46,18	34455,13564	55533	3,48	53633,69125	88088,827
20/06/2001	45,8	34171,61569	55533	3,45	53649,78377	87821,399
21/06/2001	44,05	32865,93168	55533	3,47	53639,05488	86504,987
22/06/2001	44,88	33485,19895	55533	3,41	53671,24797	87156,447
25/06/2001	44,07	32880,85378	55533	3,48	53633,69125	86514,545
26/06/2001	44,19	32970,3864	55533	3,53	53606,8811	86577,268
27/06/2001	46,72	34858,03242	55533	3,59	53574,72662	88432,759
28/06/2001	48,34	36066,72276	55533	3,69	53521,17867	89587,901
29/06/2001	49,1	36633,76267	55533	3,72	53505,12473	90138,887
02/07/2001	48,3	36218,11184	51652	3,74	49755,8934	85974,005
03/07/2001	48,69	36510,55622	51652	3,71	49770,82241	86281,379
05/07/2001	49,94	37447,87796	51652	3,7	49775,79974	87223,678
06/07/2001	49,06	36788,00346	51652	3,63	49810,655	86598,658
09/07/2001	49,06	36788,00346	51652	3,66	49795,71405	86583,718
10/07/2001	49,22	36907,98064	51652	3,61	49820,61813	86728,599
11/07/2001	49,1	36817,99775	51652	3,6	49825,60044	86643,598
12/07/2001	49,55	37155,43358	51652	3,6	49825,60044	86981,034
13/07/2001	48,78	36578,04339	51652	3,64	49805,67418	86383,718
16/07/2001	49,12	36832,9949	51652	3,63	49810,655	86643,65
17/07/2001	49,85	37380,39079	51652	3,63	49810,655	87191,046
18/07/2001	48,97	36720,51629	51652	3,57	49840,55036	86561,067
19/07/2001	49,08	36803,0006	51652	3,6	49825,60044	86628,601
20/07/2001	48,16	36113,13181	51652	3,59	49830,58325	85943,715
23/07/2001	46,66	34988,34572	51652	3,59	49830,58325	84818,929
24/07/2001	43,24	32423,83346	51652	3,59	49830,58325	82254,417
25/07/2001	44,96	33713,58816	51652	3,62	49815,63632	83529,224
26/07/2001	46,84	35123,32005	51652	3,59	49830,58325	84953,903
27/07/2001	46,1	34568,42559	51652	3,57	49840,55036	84408,976
30/07/2001	45,73	34290,97835	51652	3,56	49845,53467	84136,513
31/07/2001	45,35	34006,03255	51652	3,53	49860,49057	83866,523
01/08/2001	45,61	34200,99547	51652	3,56	49845,53467	84046,53
02/08/2001	45,58	34178,49975	51652	3,57	49840,55036	84019,05
03/08/2001	45,36	34013,53112	51652	3,57	49840,55036	83854,081
06/08/2001	44,5	33368,65377	51652	3,56	49845,53467	83214,188
07/08/2001	43,6	32693,78212	51652	3,56	49845,53467	82539,317
08/08/2001	42,85	32131,38908	51652	3,46	49895,40513	82026,794
09/08/2001	42,78	32078,89906	51652	3,48	49885,42705	81964,326
10/08/2001	42,81	32101,39478	51652	3,45	49900,39492	82001,79
13/08/2001	42,15	31606,4889	51652	3,43	49910,376	81516,865
14/08/2001	42,93	32191,37767	51652	3,46	49895,40513	82086,783
15/08/2001	40,25	30181,75987	51652	3,47	49890,41584	80072,176
16/08/2001	36,85	27632,24475	51652	3,43	49910,376	77542,621
17/08/2001	36,67	27497,27042	51652	3,39	49930,34414	77427,615
20/08/2001	36,25	27182,33032	51652	3,44	49905,38521	77087,716

Date	Adj, Close*	Equity market value	Total liabilities	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas	Valor de mercado de la firma
21/08/2001	36,88	27654,74047	51652	3,41	49920,35907	77575,1
22/08/2001	37,26	27939,68628	51652	3,44	49905,38521	77845,071
23/08/2001	36,96	27714,72906	51652	3,46	49895,40513	77610,134
24/08/2001	36,35	27257,31605	51652	3,48	49885,42705	77142,743
27/08/2001	37,76	28314,61497	51652	3,51	49870,46366	78185,079
28/08/2001	38,16	28614,55793	51652	3,46	49895,40513	78509,963
29/08/2001	37,3	27969,68057	51652	3,44	49905,38521	77875,066
30/08/2001	35,5	26619,93727	51652	3,38	49935,33743	76555,275
31/08/2001	34,99	26237,51001	51652	3,41	49920,35907	76157,869
04/09/2001	35	26245,00858	51652	3,55	49850,51947	76095,528
05/09/2001	32,36	24265,38508	51652	3,47	49890,41584	74155,801
06/09/2001	30,49	22863,15176	51652	3,4	49925,35136	72788,503
07/09/2001	31,57	23672,99774	51652	3,29	49980,29946	73653,297
10/09/2001	32,76	24565,32803	51652	3,31	49970,3044	74535,632
17/09/2001	30,67	22998,12609	51652	2,72	50266,00064	73264,127
18/09/2001	28,08	21055,99546	51652	2,69	50281,0827	71337,078
19/09/2001	26,41	19803,73362	51652	2,49	50381,7455	70185,479
20/09/2001	28,39	21288,45125	51652	2,56	50346,49062	71634,942
21/09/2001	28,3	21220,96408	51652	2,53	50361,59683	71582,561
24/09/2001	27	20246,14948	51652	2,56	50346,49062	70592,64
25/09/2001	27	20246,14948	51652	2,51	50371,67016	70617,82
26/09/2001	25,15	18858,91331	51652	2,48	50386,78393	69245,697
27/09/2001	25,25	18933,89905	51652	2,43	50411,98362	69345,883
28/09/2001	27,23	20418,61668	51652	2,49	50381,7455	70800,362
01/10/2001	29,15	21684,8202	51652	2,47	50391,82286	72076,643
02/10/2001	30,61	22770,92097	51652	2,43	50411,98362	73182,905
03/10/2001	33,49	24913,36633	51652	2,38	50437,19591	75350,562
04/10/2001	33,1	24623,24352	51652	2,37	50442,23988	75065,483
05/10/2001	31,73	23604,09416	51652	2,33	50462,42081	74066,515
08/10/2001	33,45	24883,61014	51652	2,33	50462,42081	75346,031
09/10/2001	33,39	24838,97586	51652	2,35	50452,32934	75291,305
10/10/2001	35,2	26185,44326	51652	2,35	50452,32934	76637,773
11/10/2001	36,79	27368,25163	51652	2,44	50406,94267	77775,194
12/10/2001	35,81	26639,22509	51652	2,4	50427,10948	77066,335
15/10/2001	33,17	24675,31684	51652	2,39	50432,15244	75107,469
16/10/2001	33,84	25173,73295	52185	2,37	50962,7563	76136,489
17/10/2001	32,2	23953,72934	52185	2,37	50962,7563	74916,486
18/10/2001	29	21573,2345	52185	2,36	50967,85283	72541,087
19/10/2001	26,05	19378,71582	52185	2,34	50978,04742	70356,763
22/10/2001	20,65	15361,63077	52185	2,35	50972,94987	66334,581
23/10/2001	19,79	14721,87279	52185	2,37	50962,7563	65684,629
24/10/2001	16,41	12207,47511	52185	2,32	50988,24405	63195,719
25/10/2001	16,35	12162,84083	52185	2,26	51018,84617	63181,687
26/10/2001	15,4	11456,13143	52185	2,26	51018,84617	62474,978
29/10/2001	13,81	10273,32305	52185	2,18	51059,67758	61333,001
30/10/2001	11,16	8301,97576	52185	2,11	51095,43187	59397,408
31/10/2001	13,9	10340,27447	52185	2,07	51115,87413	61456,149
01/11/2001	11,99	8919,41661	52185	2,1	51100,54167	60019,958
02/11/2001	11,3	8406,122409	52185	2,07	51115,87413	59521,997
05/11/2001	11,17	8309,414806	52185	2,05	51126,09833	59435,513
06/11/2001	9,67	7193,557849	52185	1,97	51167,01557	58360,573

Date	Adj, Close*	Equity market value	Total liabilities	Risk - free 1 year interest rate	Deudas totales actualizadas	Valor de mercado de la firma
07/11/2001	9,05	6732,336974	52185	1,93	51187,48647	57919,823
08/11/2001	8,41	6256,238006	52185	2	51151,66777	57407,906
09/11/2001	8,63	6419,897026	52185	2,02	51141,43846	57561,335
12/11/2001	9,24	6873,678855	52185	2,02	51141,43846	58015,117
13/11/2001	9,98	7424,168287	52185	2,07	51115,87413	58540,042
14/11/2001	10	7439,04638	52185	2,13	51085,2138	58524,26
15/11/2001	9,48	7052,215968	52185	2,34	50978,04742	58030,263
16/11/2001	9	6695,141742	52185	2,41	50942,37527	57637,517
19/11/2001	9,06	6739,77602	52185	2,31	50993,34313	57733,119
20/11/2001	6,99	5199,89342	52185	2,31	50993,34313	56193,237
21/11/2001	5,01	3726,962236	52185	2,38	50957,66028	54684,623
23/11/2001	4,71	3503,790845	52185	2,41	50942,37527	54446,166
26/11/2001	4,01	2983,057598	52185	2,43	50932,18782	53915,245
27/11/2001	4,11	3057,448062	52185	2,36	50967,85283	54025,301
28/11/2001	0,61	453,7818292	52185	2,26	51018,84617	51472,628
29/11/2001	0,36	267,8056697	52185	2,03	51136,32457	51404,13
30/11/2001	0,26	193,4152059	52185	2,06	51120,98597	51314,401
03/12/2001	0,4	297,5618552	52185	2,08	51110,7628	51408,325
04/12/2001	0,87	647,1970351	52185	2,07	51115,87413	51763,071
05/12/2001	1,01	751,3436844	52185	2,27	51013,74454	51765,088
06/12/2001	0,66	490,9770611	52185	2,35	50972,94987	51463,927
07/12/2001	0,75	557,9284785	52185	2,26	51018,84617	51576,775
10/12/2001	0,81	602,5627568	52185	2,17	51064,7838	51667,347
11/12/2001	0,72	535,6113394	52185	2,12	51090,32258	51625,934
12/12/2001	0,66	490,9770611	52185	2,13	51085,2138	51576,191
13/12/2001	0,66	490,9770611	52185	2,2	51049,46667	51540,444
14/12/2001	0,63	468,6599219	52185	2,22	51039,25779	51507,918
17/12/2001	0,57	424,0256437	52185	2,24	51029,05096	51453,077
18/12/2001	0,502	373,4401283	52185	2,24	51029,05096	51402,491
19/12/2001	0,44	327,3180407	52185	2,23	51034,15412	51361,472
20/12/2001	0,42	312,439948	52185	2,22	51039,25779	51351,698
21/12/2001	0,53	394,2694581	52185	2,23	51034,15412	51428,424
24/12/2001	0,65	483,5380147	52185	2,24	51029,05096	51512,589
26/12/2001	0,65	483,5380147	52185	2,34	50978,04742	51461,585
27/12/2001	0,6	446,3427828	52185	2,27	51013,74454	51460,087
28/12/2001	0,6	446,3427828	52185	2,26	51018,84617	51465,189
31/12/2001	0,6	446,3427828	52185	2,17	51064,7838	51511,127
...	...	...	...	...	...	...
02/01/2002	0,63	468,6599219	52185	2,28	51008,64342	51477,303
03/01/2002	0,64	476,0989683	52185	2,24	51029,05096	51505,15
04/01/2002	0,66	490,9770611	52185	2,25	51023,94831	51514,925
07/01/2002	0,68	505,8551538	52185	2,19	51054,57187	51560,427
08/01/2002	0,73	543,0503857	52185	2,19	51054,57187	51597,622
09/01/2002	0,79	587,684664	52185	2,17	51064,7838	51652,468
10/01/2002	0,67	498,4161075	52185	2,1	51100,54167	51598,958

12.3 Probabilidad de incumplimiento (resumen de datos)

Date	Volatilidad diaria anualizada	Market cap	Tasa libre de riesgo	Valor actual de las obligaciones	Valor actual de los activos	N(-d2)
06/04/2001	0,6567	39916,6253	3,90%	41559,6525	81476,2778	2,005%
09/04/2001	0,6633	41752,044	3,94%	41543,032	83295,076	2,045%
10/04/2001	0,6825	43885,9047	4,04%	41501,5097	85387,4144	2,294%
11/04/2001	0,7016	43654,6121	4,11%	41472,4688	85127,0809	2,661%
12/04/2001	0,7011	42751,8249	4,17%	41447,5928	84199,4177	2,680%
16/04/2001	0,6975	44348,4899	4,26%	41410,3068	85758,7966	2,522%
17/04/2001	0,7091	44766,3088	4,17%	41447,5928	86213,9016	2,754%
18/04/2001	0,7095	45974,9991	3,97%	41530,5709	87505,57	2,746%
19/04/2001	0,7129	45631,7907	3,94%	41543,032	87174,8227	2,838%
20/04/2001	0,7119	44758,8477	3,88%	41567,9653	86326,813	2,868%
23/04/2001	0,7106	45997,3823	3,77%	41613,7152	87611,0975	2,807%
24/04/2001	0,6288	46161,5254	3,76%	41617,8768	87779,4022	1,372%
25/04/2001	0,6277	46915,0916	3,85%	41580,4375	88495,5291	1,325%
26/04/2001	0,6287	47497,0536	3,83%	41588,7545	89085,8081	1,324%
27/04/2001	0,6044	47377,6768	3,91%	41555,4968	88933,1735	1,007%
30/04/2001	0,5708	46795,7148	3,94%	41543,032	88338,7467	0,668%
01/05/2001	0,5717	46564,4222	3,91%	41555,4968	88119,9189	0,682%
02/05/2001	0,5702	45139,3613	3,95%	41538,8779	86678,2392	0,692%
03/05/2001	0,5143	43535,2353	3,89%	41563,8087	85099,044	0,307%
04/05/2001	0,5244	44378,3341	3,79%	41605,3933	85983,7274	0,361%
07/05/2001	0,4760	43303,9427	3,73%	41630,364	84934,3067	0,149%
08/05/2001	0,4694	41863,9597	3,70%	41642,855	83506,8147	0,137%
09/05/2001	0,4769	44169,4246	3,69%	41647,0195	85816,4441	0,147%
10/05/2001	0,4905	42975,6564	3,78%	41609,554	84585,2104	0,203%
11/05/2001	0,4745	43423,3195	3,89%	41563,8087	84987,1282	0,140%
14/05/2001	0,4526	43833,6773	3,79%	41605,3933	85439,0706	0,083%
15/05/2001	0,4459	42520,5323	3,75%	41622,0388	84142,571	0,074%
16/05/2001	0,4338	41043,2441	3,72%	41634,5273	82677,7713	0,058%
17/05/2001	0,4469	38946,6886	3,75%	41622,0388	80568,7274	0,090%
18/05/2001	0,4600	40961,1725	3,79%	41605,3933	82566,5658	0,112%
21/05/2001	0,4701	41028,322	3,83%	41588,7545	82617,0764	0,141%
22/05/2001	0,4504	40998,4778	3,79%	41605,3933	82603,8711	0,089%
23/05/2001	0,4233	41296,9198	3,75%	41622,0388	82918,9586	0,042%
24/05/2001	0,4241	40409,0547	3,79%	41605,3933	82014,448	0,044%
25/05/2001	0,4245	39543,5727	3,76%	41617,8768	81161,4495	0,047%
29/05/2001	0,4114	39580,878	3,76%	41617,8768	81198,7548	0,031%
30/05/2001	0,4096	39715,1769	3,75%	41622,0388	81337,2157	0,029%
31/05/2001	0,3995	39476,4233	3,63%	41672,0152	81148,4385	0,022%
01/06/2001	0,3994	39573,4169	3,67%	41655,3497	81228,7667	0,021%
04/06/2001	0,3975	40692,5747	3,68%	41651,1844	82343,7591	0,019%
05/06/2001	0,3980	40103,1516	3,61%	41680,3504	81783,502	0,020%
06/06/2001	0,3984	39043,6823	3,62%	41676,1826	80719,8649	0,021%
07/06/2001	0,3981	37693,232	3,63%	41672,0152	79365,2472	0,023%
08/06/2001	0,4027	38148,3561	3,64%	41667,8482	79816,2043	0,026%
11/06/2001	0,4067	38051,3624	3,64%	41667,8482	79719,2107	0,030%
12/06/2001	0,4066	37581,3162	3,62%	41676,1826	79257,4988	0,031%
13/06/2001	0,4069	37245,5689	3,60%	41684,5187	78930,0876	0,032%
14/06/2001	0,4005	35745,8975	3,56%	41701,1958	77447,0934	0,028%

Date	Volatilidad diaria anualizada	Market cap	Tasa libre de riesgo	Valor actual de las obligaciones	Valor actual de los activos	N(-d2)
15/06/2001	0,4040	35260,9292	3,53%	41713,7081	76974,6373	0,033%
18/06/2001	0,3965	33350,9	3,48%	41734,5701	75085,4702	0,029%
19/06/2001	0,4183	34455,1356	3,48%	41734,5701	76189,7058	0,054%
20/06/2001	0,4285	34171,6157	3,45%	41747,0924	75918,7081	0,073%
21/06/2001	0,3869	32865,9317	3,47%	41738,7438	74604,6755	0,021%
22/06/2001	0,3933	33485,199	3,41%	41763,7946	75248,9935	0,026%
25/06/2001	0,3978	32880,8538	3,48%	41734,5701	74615,4239	0,031%
26/06/2001	0,3947	32970,3864	3,53%	41713,7081	74684,0945	0,027%
27/06/2001	0,3912	34858,0324	3,59%	41688,6873	76546,7198	0,021%
28/06/2001	0,4260	36066,7228	3,69%	41647,0195	77713,7423	0,059%
29/06/2001	0,4167	36633,7627	3,72%	41634,5273	78268,2899	0,044%
02/07/2001	0,3885	36218,1118	3,74%	38176,657	74394,7689	0,014%
03/07/2001	0,3899	36510,5562	3,71%	38188,1118	74698,668	0,015%
05/07/2001	0,3915	37447,878	3,70%	38191,9308	75639,8087	0,015%
06/07/2001	0,3998	36788,0035	3,63%	38218,6745	75006,6779	0,021%
09/07/2001	0,3983	36788,0035	3,66%	38207,2106	74995,214	0,020%
10/07/2001	0,3945	36907,9806	3,61%	38226,319	75134,2996	0,017%
11/07/2001	0,3947	36817,9978	3,60%	38230,1418	75048,1395	0,018%
12/07/2001	0,3943	37155,4336	3,60%	38230,1418	75385,5754	0,017%
13/07/2001	0,3957	36578,0434	3,64%	38214,8528	74792,8962	0,018%
16/07/2001	0,3974	36832,9949	3,63%	38218,6745	75051,6694	0,019%
17/07/2001	0,3874	37380,3908	3,63%	38218,6745	75599,0653	0,013%
18/07/2001	0,3896	36720,5163	3,57%	38241,6126	74962,1288	0,015%
19/07/2001	0,3855	36803,0006	3,60%	38230,1418	75033,1424	0,013%
20/07/2001	0,3723	36113,1318	3,59%	38233,965	74347,0968	0,008%
23/07/2001	0,3737	34988,3457	3,59%	38233,965	73222,3107	0,009%
24/07/2001	0,3838	32423,8335	3,59%	38233,965	70657,7985	0,016%
25/07/2001	0,4396	33713,5882	3,62%	38222,4965	71936,0847	0,084%
26/07/2001	0,4583	35123,3201	3,59%	38233,965	73357,2851	0,125%
27/07/2001	0,4617	34568,4256	3,57%	38241,6126	72810,0381	0,139%
30/07/2001	0,4624	34290,9784	3,56%	38245,4369	72536,4153	0,143%
31/07/2001	0,4318	34006,0325	3,53%	38256,9123	72262,9448	0,068%
01/08/2001	0,4214	34200,9955	3,56%	38245,4369	72446,4324	0,050%
02/08/2001	0,4212	34178,4997	3,57%	38241,6126	72420,1123	0,050%
03/08/2001	0,4042	34013,5311	3,57%	38241,6126	72255,1437	0,029%
06/08/2001	0,4010	33368,6538	3,56%	38245,4369	71614,0907	0,028%
07/08/2001	0,4014	32693,7821	3,56%	38245,4369	70939,219	0,029%
08/08/2001	0,4059	32131,3891	3,46%	38283,7015	70415,0905	0,036%
09/08/2001	0,3706	32078,8991	3,48%	38276,0455	70354,9446	0,010%
10/08/2001	0,3529	32101,3948	3,45%	38287,53	70388,9248	0,004%
13/08/2001	0,3481	31606,4889	3,43%	38295,1883	69901,6772	0,004%
14/08/2001	0,3478	32191,3777	3,46%	38283,7015	70475,0791	0,003%
15/08/2001	0,3525	30181,7599	3,47%	38279,8733	68461,6332	0,005%
16/08/2001	0,3826	27632,2447	3,43%	38295,1883	65927,4331	0,021%
17/08/2001	0,4502	27497,2704	3,39%	38310,5094	65807,7799	0,153%
20/08/2001	0,4494	27182,3303	3,44%	38291,359	65473,6893	0,151%
21/08/2001	0,4476	27654,7405	3,41%	38302,8481	65957,5886	0,142%
22/08/2001	0,4545	27939,6863	3,44%	38291,359	66231,0453	0,163%
23/08/2001	0,4550	27714,7291	3,46%	38283,7015	65998,4305	0,166%
24/08/2001	0,4546	27257,3161	3,48%	38276,0455	65533,3616	0,168%
27/08/2001	0,4522	28314,615	3,51%	38264,5644	66579,1794	0,151%
28/08/2001	0,4688	28614,5579	3,46%	38283,7015	66898,2594	0,215%

Date	Volatilidad diaria anualizada	Market cap	Tasa libre de riesgo	Valor actual de las obligaciones	Valor actual de los activos	N(-d2)
29/08/2001	0,4718	27969,6806	3,44%	38291,359	66261,0396	0,235%
30/08/2001	0,4723	26619,9373	3,38%	38314,3407	64934,278	0,254%
31/08/2001	0,4862	26237,51	3,41%	38302,8481	64540,3581	0,333%
04/09/2001	0,4821	26245,0086	3,55%	38249,2616	64494,2702	0,302%
05/09/2001	0,4383	24265,3851	3,47%	38279,8733	62545,2584	0,132%
06/09/2001	0,4627	22863,1518	3,40%	38306,6786	61169,8303	0,243%
07/09/2001	0,4552	23672,9977	3,29%	38348,8391	62021,8369	0,206%
10/09/2001	0,4781	24565,328	3,31%	38341,1701	62906,4981	0,311%
17/09/2001	0,5003	22998,1261	2,72%	38568,0517	61566,1778	0,545%
18/09/2001	0,5252	21055,9955	2,69%	38579,6238	59635,6193	0,847%
19/09/2001	0,5657	19803,7336	2,49%	38656,8603	58460,5939	1,505%
20/09/2001	0,5783	21288,4512	2,56%	38629,8099	59918,2612	1,639%
21/09/2001	0,6368	21220,9641	2,53%	38641,4006	59862,3647	2,855%
24/09/2001	0,6379	20246,1495	2,56%	38629,8099	58875,9594	2,931%
25/09/2001	0,6445	20246,1495	2,51%	38649,1297	58895,2791	3,110%
26/09/2001	0,6463	18858,9133	2,48%	38660,7262	57519,6395	3,253%
27/09/2001	0,6646	18933,899	2,43%	38680,0613	57613,9604	3,752%
28/09/2001	0,6655	20418,6167	2,49%	38656,8603	59075,4769	3,649%
01/10/2001	0,7206	21684,8202	2,47%	38664,5924	60349,4126	5,165%
02/10/2001	0,7555	22770,921	2,43%	38680,0613	61450,9823	6,220%
03/10/2001	0,7603	24913,3663	2,38%	38699,4062	63612,7725	6,196%
04/10/2001	0,7754	24623,2435	2,37%	38703,2763	63326,5199	6,745%
05/10/2001	0,7758	23604,0942	2,33%	38718,7608	62322,8549	6,873%
08/10/2001	0,7839	24883,6101	2,33%	38718,7608	63602,3709	7,023%
09/10/2001	0,7996	24838,9759	2,35%	38711,0178	63549,9936	7,574%
10/10/2001	0,7986	26185,4433	2,35%	38711,0178	64896,461	7,393%
11/10/2001	0,8156	27368,2516	2,44%	38676,1935	66044,4452	7,828%
12/10/2001	0,8252	26639,2251	2,40%	38691,6671	65330,8922	8,279%
15/10/2001	0,8208	24675,3168	2,39%	38695,5365	63370,8533	8,341%
16/10/2001	0,8487	25173,7329	2,37%	40274,1031	65447,836	9,467%
17/10/2001	0,8499	23953,7293	2,37%	40274,1031	64227,8324	9,647%
18/10/2001	0,8500	21573,2345	2,36%	40278,1307	61851,3652	9,914%
19/10/2001	0,9007	19378,7158	2,34%	40286,1871	59664,903	12,145%
22/10/2001	0,9480	15361,6308	2,35%	40282,1587	55643,7895	14,341%
23/10/2001	1,1373	14721,8728	2,37%	40274,1031	54995,9759	21,604%
24/10/2001	1,1325	12207,4751	2,32%	40294,2452	52501,7203	21,419%
25/10/2001	1,2298	12162,8408	2,26%	40318,429	52481,2698	24,786%
26/10/2001	1,2178	11456,1314	2,26%	40318,429	51774,5604	24,321%
29/10/2001	1,2161	10273,3231	2,18%	40350,6966	50624,0197	24,211%
30/10/2001	1,2275	8301,97576	2,11%	40378,952	48680,9278	24,236%
31/10/2001	1,3444	10340,2745	2,07%	40395,1068	50735,3813	28,238%
01/11/2001	1,5054	8919,41661	2,10%	40382,9901	49302,4067	31,940%
02/11/2001	1,5467	8406,12241	2,07%	40395,1068	48801,2292	32,723%
05/11/2001	1,5483	8309,41481	2,05%	40403,1866	48712,6014	32,746%
06/11/2001	1,5467	7193,55785	1,97%	40435,5221	47629,08	32,304%
07/11/2001	1,5787	6732,33697	1,93%	40451,6996	47184,0365	32,788%
08/11/2001	1,5775	6256,23801	2,00%	40423,3933	46679,6313	32,345%
09/11/2001	1,5440	6419,89703	2,02%	40415,3094	46835,2064	31,715%
12/11/2001	1,5221	6873,67886	2,02%	40415,3094	47288,9883	31,511%
13/11/2001	1,5335	7424,16829	2,07%	40395,1068	47819,2751	31,977%
14/11/2001	1,5241	7439,04638	2,13%	40370,877	47809,9234	31,682%
15/11/2001	1,5270	7052,21597	2,34%	40286,1871	47338,4031	31,197%

Date	Volatilidad diaria anualizada	Market cap	Tasa libre de riesgo	Valor actual de las obligaciones	Valor actual de los activos	N(-d2)
16/11/2001	1,5274	6695,14174	2,41%	40257,9967	46953,1384	30,865%
19/11/2001	1,5001	6739,77602	2,31%	40298,2748	47038,0508	30,448%
20/11/2001	1,5025	5199,89342	2,31%	40298,2748	45498,1682	29,324%
21/11/2001	1,5984	3726,96224	2,38%	40270,0759	43997,0381	29,243%
23/11/2001	1,7644	3503,79084	2,41%	40257,9967	43761,7875	31,792%
26/11/2001	1,7600	2983,0576	2,43%	40249,9459	43233,0035	30,502%
27/11/2001	1,7803	3057,44806	2,36%	40278,1307	43335,5788	31,226%
28/11/2001	5,6927	453,781829	2,26%	40318,429	40772,2108	38,181%
29/11/2001	5,6927	267,80567	2,03%	40411,2681	40679,0738	31,652%
30/11/2001	5,8065	193,415206	2,06%	40399,1465	40592,5617	24,745%
03/12/2001	5,8271	297,561855	2,08%	40391,0675	40688,6294	33,659%

ⁱ **Estrella Perotti** – Investigador – Bolsa de Comercio de Rosario –Contador Público Nacional. Universidad Nacional de Rosario. Profesor permanente de Capacitación & Desarrollo de Mercados de la Bolsa de Comercio de Rosario en seminarios de distintos niveles de complejidad (futuros y opciones, valuación de contratos derivados, estrategias de cobertura y especulación con contratos derivados, evaluación de proyectos de inversión, VaR, etc.)